

1 2個のさいころを同時に投げて、出た目の和が n であるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $n(n-1)$ が 3 の倍数である確率を求めよ。
 (2) 不等式 $|n^2 - 2n - 15| > n + 3$ が成り立つ確率を求めよ。
 (3) 座標平面上の点 $A\left(\cos \frac{n\pi}{6}, \sin \frac{n\pi}{6}\right)$ 、点 $B\left(\cos \frac{n^2\pi}{2}, \sin \frac{n^2\pi}{2}\right)$ について、点 A と点 B が異なるとき、この 2 点を結ぶ直線が原点 $(0, 0)$ を通る確率を求めよ。 (20 愛知県立大・情報)

1 **数学A** 【確率の雑題】 **標準**

考力 文章が定かでないが「点 A と点 B が異なっていたとする」この条件のもとで「直線 AB が原点を通る確率を求めよ」と読むと、条件つき確率と読める。「点 A と点 B が異なり、かつ、直線 AB が原点を通る確率を求めよ」と読む人も少なくない。メリハリのない文章の中で、サラッと書いてあるからだ。誤読する人を学力不足とこき下ろすより、100人が100人とも誤読しないような文章を書く配慮をすべきである。そのために重要なことは、事前の確率では不用意に「た」を使わないようにして、過去形を連想させないように書くことと、時間の経過を明確に書くということである。事前の確率なのに「た」を使うから、読んだ人が、微妙な表現に対して鈍感になるのである。解答者が誤解する責任は、100パーセント、出題者側にある。

「2個のサイコロを振り、出る目の和を n とする」と始め（ここでは事前の確率）、(3)「サイコロを振ったとする（事後であることを明示する）。A と B が異なっていたとする。そのとき、直線 AB が原点を通らない確率を求めよ」と書くべきある。大体、サイコロを遠くに投げたら、拾いに行かないと行けないし、サイコロが見つからない危険性もある。サイコロは、日本では、振ると表す。もちろん「事後なら、サイコロに何が出たか、教える」というのでは、身も蓋もない。

▶解答 (1) さいころを A, B とし、A, B に出る目を a, b とする。 (a, b) は全部で 36 通りある。 $a + b = n$, $2 \leq n \leq 12$ であり、 n の値に対する

(a, b) の個数を表にする。

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

$n(n-1)$ が 3 の倍数になるのは $n, n-1$ のどちらかが 3 の倍数になるときで、 $n = 3, 6, 9, 12$, および $n = 4, 7, 10$ のときである。求める確率は

$$\frac{2+5+4+1+3+6+3}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

(2) $|(n+3)(n-5)| > n+3$ のときである。 $n+3 > 0$ で割って $|n-5| > 1$ である。これは $n = 4, 5, 6$ 以外のときであり、求める確率は

$$1 - \frac{3+4+5}{36} = 1 - \frac{12}{36} = \frac{2}{3}$$

(3) OB と OA の偏角の差 (引いたもの) を $f(n)$ とする。

$$f(n) = \frac{n^2\pi}{2} - \frac{n\pi}{6} = \frac{(3n-1)n}{6}\pi$$

A, B が一致するのは、 $f(n)$ が π の偶数倍になるときである。 $3n-1$ は 3 の倍数ではないから、 n が 3 の倍数になるとき、すなわち、 $n = 3, 6, 9, 12$ の中で調べる。 $f(3) = 4\pi$, $f(6) = 17\pi$, $f(9) = 39\pi$, $f(12) = 70\pi$ が π の偶数倍になるのは $n = 3, 12$ のときであり、それに対する (a, b) は $2+1=3$ 通りある。A, B が異なる (a, b) は $36-3=33$ 通りある。このうち、直線 AB が原点を通るのは、 $f(n)$ が π の奇数倍になるときである。それは $n = 6, 9$ のときで、それに対する (a, b) は $5+4=9$ 通りある。求める確率は $\frac{9}{33} = \frac{3}{11}$