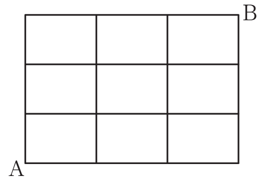
1．下図のような道のある街で，道を通って最短距離でＡからＢまで行き，再び最短距離でＡまで戻る道順を考える．道順は全部で $\boxed{}$ 通りあり，これらのうちＡ以外の地点を２度通ることのない道順は全部で $\boxed{}$ 通りある．



（20　藤田医科大・AO）

▶解答◀　後の説明の関係上，図１のような正方形の格子で考える．

最短経路を通ってＡからＢまで行き，再び最短経路でＢからＡまで戻る道順は，全部で

$({}_6C_3)^2 = 20^2 = \mathbf{400}$（通り）

ある．このうち，Ａ以外の地点を２度通ることのない道順を考える．Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆは図を見よ．「Ａ→Ｃと出て，Ｆ→Ａと戻る」か，「Ａ→Ｆと出て，Ｃ→Ａと戻る」ことになる．以下，前者の場合を考える．この場合，Ｂに出入りするのはＤ，Ｅだが，Ｃ→Ｅ，Ｄ→Ｆになると経路が交点をもつから不適である．ゆえにＣ→Ｄ，Ｅ→Ｆになる．Ｃ→Ｄ間は右に２，上に２だから ${}_4C_2 = 6$ 通りあり，Ｅ→Ｆ間も６通りある．

（Ｃ→Ｄ間の経路，Ｅ→Ｆ間の経路）

という経路の組は $6^2 = 36$ 通りあるが，この中には，交点をもってしまうものがある．以下，説明の都合上，→でなく，－で書く．また，Ｅ→Ｆ間をＦからＥへ向けて書く．たとえば，図２の場合

（Ｃ－Ｈ－Ｐ－Ｄ, Ｆ－Ｇ－Ｐ－Ｅ）

であるが，この最後の交点（Ｂに近い側，今はＰ）から後の経路を直線ABに関して折り返す．つまり，交換する．

（Ｃ－Ｈ－Ｐ－Ｅ, Ｆ－Ｇ－Ｐ－Ｄ）

になる．これは

（Ｃ→Ｅ間の経路，Ｆ→Ｄ間の経路）

という組になっている．Ｃ→Ｅ間は右に３，上に１だから ${}_4C_1 = 4$ 通りあり，Ｆ→Ｄ間も４通りある．よって

（Ｃ→Ｅ間の経路，Ｆ→Ｄ間の経路）

は $4^2 = 16$ 通りある．ゆえに「Ａ→Ｃと出て，Ｆ→Ａと戻る」経路で，交点をもたないものは $36 - 16 = 20$ 通りある．「Ａ→Ｆと出て，Ｃ→Ａと戻る」経路も20通りあるから，Ａ以外の地点を２度通ることのない道順は $20 \cdot 2 = \mathbf{40}$ 通りある．

図１

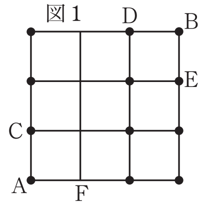


図２