《》

1．箱の中に 1 から 6 までの数字が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入っている．この箱からカードを 1 枚取り出し，書かれた数字を記録してからもとに戻す．この試行を続けて行うとき，取り出したカードの数字の和が 5 以上になると，カードを取り出すことを終了する．このとき，次のことがいえる．

（1） 1 の数字が書かれたカードを取り出して終了するとき，カードの取り出す方法は，全部で $\square$ 通りある．

2 の数字が書かれたカードを取り出して終了するとき，カードの取り出す方法は，全部で $\square$ 通りある．

3 の数字が書かれたカードを取り出して終了するとき，カードの取り出す方法は，全部で $\square$ 通りある．

（2） 2 回目で終了するとき，カードの取り出す方法は，全部で $\square$ 通りある．

よって，2 回目で終了する確率は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

（3） 3 回目で終了する確率は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

3 回目で終了するとき，最後に取り出すカードの数字が 3 以下である条件付き確率は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

（22 神戸学院大・全）

▶解答◀ （**1**） 和が 4 になる列は

$4=1+1+1+1$

の 3 つの + で，「計算する」か「そのままにする」かを選ぶと考え $2^3=8$ 通りある．具体的に書けば

$4=4$

$4=3+1$

$4=2+1+1$

$4=2+2$

$4=1+3$

$4=1+2+1$

$4=1+1+2$

$4=1+1+1+1$

である．和が 5 になる場合で最後が 1 になるのは $5=$(和が 4 になる列)$+1$ だから **8** 通りある．このように使う数字に制限がないなら，和が n になる列は 2^{n-1} 通りある．

「和が 5 以上になる列で，右端を除くと和が 5 以上でなく（以下省略)」右端が 2 の列は

(和が 3 になる列)$+2$

(和が 4 になる列)$+2$

があるから $2^2+2^3=\mathbf{12}$ 通りある．

右端が 3 の列は

(和が 2 になる列)$+3$

(和が 3 になる列)$+3$

(和が 4 になる列)$+3$

があるから $2^1+2^2+2^3=\mathbf{14}$ 通りある．

（**2**） k 回目に出す数を x_k とする．2 回目で終了する (x_1, x_2) は

$(1, 4〜6)$ の 3 通り

$(2, 3〜6)$ の 4 通り

$(3, 2〜6)$ の 5 通り

$(4, 1〜6)$ の 6 通り

があり，全部で $3+4+5+6=\mathbf{18}$ 通りある．

2 回目で終了する確率は $\dfrac{18}{6^2}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

（**3**） 最後に取り出す数が 3 以下になる事象を T とする．3 回目で終了する事象を S とし，S になる (x_1, x_2, x_3) の個数を $n(S)$ で表す．S になるのは

$(1, 1, 3〜6)$ の 4 通り

$(1, 2, 2〜6)$ の 5 通り

$(1, 3, 1〜6)$ の 6 通り

$(2, 1, 2〜6)$ の 5 通り

$(2, 2, 1〜6)$ の 6 通り

$(3, 1, 1〜6)$ の 6 通り

があり，$n(S)=4+5+6+5+6+6=\mathbf{32}$

3 回目で終了する確率は $\dfrac{32}{6^3}=\mathbf{\dfrac{4}{27}}$

3 回目で終了するとき，最後にとり出す数が 3 以下になるものは

$(x_1, x_2, x_3)=(1, 1, 3)$ の 1 通り

$(x_1, x_2)=(1, 2), (2, 1)$ で $x_3=2, 3$ の $2\cdot 2=4$ 通り

$(x_1, x_2)=(1, 2), (2, 2), (3, 1)$ で $x_3=1, 2, 3$ の $3\cdot 3=9$ 通り

$n(S\cap T)=1+4+9=14$

$P_S(T)=\dfrac{n(S\cap T)}{n(S)}=\dfrac{14}{32}=\mathbf{\dfrac{7}{16}}$