

1. 次の式を因数分解すると、

$$x^2 + 8xy + 15y^2 + 7x + 19y - 8$$

$$= (x + \square y - \square)(x + \square y + \square)$$

である.

(23 撰南大)

2. 次の式を因数分解すると、

$$x^2 + 8xy + 15y^2 + 7x + 19y - 8$$

$$= (x + \square y - \square)(x + \square y + \square)$$

である. (23 撰南大)

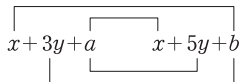
▶解答▶ 最初にたすき掛けをしない解法を示す.

$f = x^2 + 8xy + 15y^2 + 7x + 19y - 8$ とおく.
 まず、 $x^2 + 8xy + 15y^2$ を因数分解する. これは中学生レベルである.

$$x^2 + 8xy + 15y^2 = (x + 3y)(x + 5y)$$

$$f = (x + 3y)(x + 5y) + 7x + 19y - 8$$

これを $f = (x + 3y + a)(x + 5y + b)$ となるようにする.



$$f = (x + 3y)(x + 5y) + (a + b)x + (5a + 3b)y + ab$$

となるから、係数を比べて

- ① $a + b = 7$
- ② $5a + 3b = 19$
- ③ $ab = -8$

② - ① × 3 より、 $2a = -2$ で $a = -1$ となる.
 ① に代入し、 $b = 8$ を得る. このとき、③ は成り立つ.

$$f = (x + 3y - 1)(x + 5y + 8)$$

◆別解◆ f を x について整理する.

$$f = x^2 + (8y + 7)x + 15y^2 + 19y - 8$$

まず、 $15y^2 + 19y - 8$ を因数分解するが、たすき掛けをしないで行う. 上の a, b と次の a, b は無関係である.

$$(ay + b)(cy + d) = ay(cy + d) + b(cy + d)$$

$$= acy^2 + ady + bcy + bd$$

$$= acy^2 + (ad + bc)y + bd$$

このことは、次のことを意味している.

y^2 の係数と定数項を掛けて、 $abcd$ を作り、それを2つに分けて y の係数にして、バラして元をたどればよい. そこで、 $15 \cdot (-8) = -120$ とする. マイナスを思い出し、掛けて120になる2数の中から差が19になるものを探す. それは、 $24 - 5 = 19$ である.

$$15y^2 + 19y - 8 = 15y^2 + (24 - 5)y - 8$$

$$= 15y^2 + 24y - 5y - 8$$

$$= 3y(5y + 8) - (5y + 8) = (3y - 1)(5y + 8)$$

$$f = x^2 + (8y + 7)x + (3y - 1)(5y + 8) \dots\dots ④$$

$$= x^2 + \{(3y - 1) + (5y + 8)\}x + (3y - 1)(5y + 8)$$

$$= (x + 3y - 1)(x + 5y + 8)$$

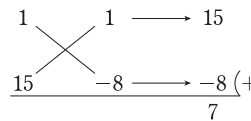
◆別解◆ ④までくればたすき掛けの必要もなからう.

$$15y^2 + 19y - 8 = (3y - 1)(5y + 8)$$

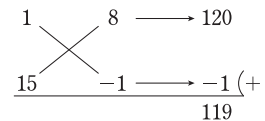
にするところをたすき掛けする.

15を1と15、または3と5にして、左に上から1, 15または3, 5と書く. 次に8を1・8または2・4にして、上から1, 8または8, 1、または2, 4または4, 2と書く. マイナスは、ひとまず下につけ符号は後で微調整する.

図A

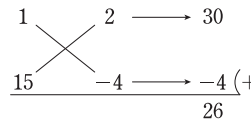


図B

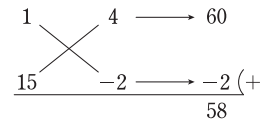


19という数は出てこない. 次は2, 4または4, 2である.

図C

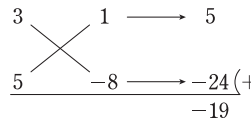


図D

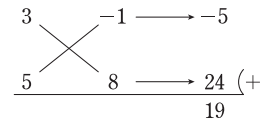


ここでも19は出てこない. 次は左が3, 5の場合である.

図E



図F

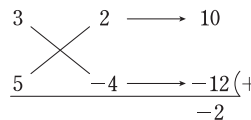


図Eの場合で-19になる. 符号は合わないが19は出てくる. そこで、図Fのように上に-1、下に8を書いて、加えると19になる. これが適し

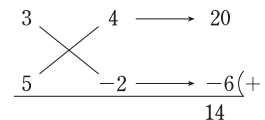
$$15y^2 + 19y - 8 = (3y - 1)(5y + 8)$$

となる. ついでに右が2, 4のケースも書いておくと

図G



図H



2

図 G, H には 19 は出てこない. もともと, 図 B では $15 \cdot 8 = 120$ が出て, 数が大きくなりすぎるし, 図 C, D, G, H のように縦に偶数が並ぶと 19 (奇数) は出てこない. したがって, 図 A, 図 E, 図 F を試せばよい.