

### 【2024年私立大の総括】

良問集のための作業「タイトルと目標時間設定」を、解答集の段階から行ったための副作用があり、時間が足りなくなって、現時点では、総括を完了できませんでした。7月中旬に弊社のホームページに挙げる予定でしたが、遅れに遅れて年末になってしまいました。

というわけで、総括は半分強が安田亨、半分弱が塩崎ひかる、その他の残りがスタッフが作業をしました。来年以降は、解答集発売と同時に総括が載せられるように努力いたします。

### 【毎年のようにある「組合せ問題」】

学校で組合せという言葉を読む。4文字  $a, b, c$  から2個を選ぶ組合せは、 $a$  と  $b$ 、 $a$  と  $c$ 、 $b$  と  $c$  の  ${}_3C_2 = 3$  通りある。集合で書くなら  $\{a, b\}$ 、 $\{a, c\}$ 、 $\{b, c\}$  である。重複組合せという言葉も習う。重複を許して2個取る組合せである。上記の3通りに加え、 $a$  と  $a$ 、 $b$  と  $b$ 、 $c$  と  $c$  の3通りがある。集合で書く場合、大学では多重集合といい  $\{a, a\}$  のような記号を使うが、わざわざ新しい記号を導入するのは生徒に受けが悪い。「こんな記号、覚えなさいといけませんか?」と評判が悪くなる。同じ要素があることを許して

$\{a, b\}$ 、 $\{a, c\}$ 、 $\{b, c\}$ 、 $\{a, a\}$ 、 $\{b, b\}$ 、 $\{c, c\}$  の6通りで十分であろう。 $\{a, b\}$  と  $\{b, a\}$  は同じ集合、同じ組合せである。それに対して、 $xy$  平面の座標  $(1, 2)$  と  $(2, 1)$  は異なるものである。成分に順序があるから順序対 (ordered pair) という。「組」という言葉を使う場合、順序対に対して使う人の方が多いと思うが、どうか?  $\{a, b\}$ 、 $\{a, a\}$  を組と呼ぶ人はいないだろう。大学入試問題の中には、組合せと組を混同している大学が散見される。松山大、青山学位大・経済、明治大・文系(今年は経営)にある。松山大、明治大・文系は毎年のようにあるから、改善していただきたい。青山学院の問題の場合、 $5^x, 8^y$  に対する  $(x, y)$  を組合せと呼んでいるから、これは組が好ましい。あるいは「 $(x, y)$  は何個あるか」でよいではないか? こうした不適切な問題文になる原因の一つが、外注問題である。世の中には大学入試問題を請け負って出題している民間会社が幾つかある。その人達が、大学教員ならやらないようなミスをしている可能性がある。

以下は、根拠のない笑い話として読み飛ばしていただきたい。

久留米大・後期 $\text{㉓}$ を見よ。「 $(x, y, z)$  の組」がある。これは奇妙な問題文である。 $(x, y, z)$  自体が数の組、順序対である。「 $(x, y, z)$  の組」では「組の組」に計算機科学いうところの「リストのリスト」たとえば3次の正

方行列  $\{\{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{g, h, i\}\}$  のようなものになる。

こうした「組」「組合せ」の使い方がおかしいのは、ある一定の大学に集中している。それが、状況証拠から「外注していると思われる大学」に多い。そして、「組、組合せ」の表現がおかしいのは高校教員、予備校講師に見られる傾向であり、こうしたおかしな問題文は、私立文系、医歯薬系に見られる。

なぜ、外注に注目しているかの理由を述べる。

私は、外注自体に文句をつけているのではない、外注を請け負っている高校教員、予備校講師の方は、上記の奇妙な問題文を直していただきたい。今まで何度か、やんわりと注意していたが、一向に改善しない。

外注のもっと大きな問題がある。A、Bは伏せ字である。今年、A大学で、過去のB社の模試の問題と、全く同じ問題を出題していた。教材の問題と同じ問題を出題したケースもある。受験産業に関わる会社が大学入試問題も作成する弊害が出ているように思う。

なお、受験関係者には実利的な面もある。本文を見れば分かるが、同系統の問題があちこちに出ている。一例は星葉大・推薦 $\text{㉒}$ (2)、兵庫医大 $\text{㉒}$ 、慶應大・医 $\text{㉑}$ (1)に、三角形の内心、外心の問題がある。内心の問題は従来は点と直線の距離の公式を使う、しかし、これらでは、接線の長さで解いている。その他の例は、あまりハッキリ書かないで置く。黙っている方が教材作りにはよいからである。

私立医科大に限らず、請負い会社は同じ問題をグルグル回しているのなが真実なら、年が変わっても、内容が大きく変わることはない。本書の問題を片っ端から解けば、それで効率的な対策になるのではないか?

### 【表現のこだわり】

次は2024年の東北学院大の問題とスタッフの解答である。

【問題】4個のサイコロを同時に投げるとき、3, 4, 3, 4や2, 5, 5, 2のように、同じ目が2組出る確率を求めよ。

【スタッフの解答】2種類の目の組合せと出る順番を考慮して、求める確率は

$${}_6C_2 \cdot \frac{4!}{2!2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{5}{72}$$

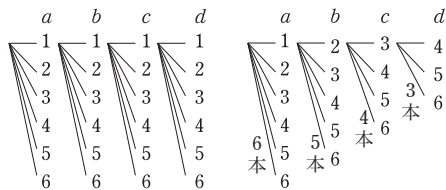
【安田が変更した解答】4個のサイコロをA, B, C, Dとし、それらに出る目を順に  $a, b, c, d$  とする。

$(a, b, c, d)$  は全部で  $6^4$  通りある。これが2組の同じ目で出来ているとき、どの数かで、数の組合せが  ${}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$  通りある。たとえばそれが1と2の

2

とき、 $(a, b, c, d)$  は  ${}_4C_2$  通りある。具体的に書くと  
 $(1, 1, 2, 2)$ ,  $(1, 2, 1, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 1)$ ,  
 $(2, 1, 1, 2)$ ,  $(2, 1, 2, 1)$ ,  $(2, 2, 1, 1)$   
 である。求める確率は  $\frac{15 \cdot 6}{6^4} = \frac{5}{72}$

おそらく、多くの人達の解答は、ほとんどスタッフの解答と同じだろう。簡潔で非の打ち所がない。しかし、私の趣味ではない。高校時代、私は場合の数・確率が苦手だった。基本問題は、いい。しかし、あるレベルから上の問題になると手が出なかった。拙著「ハッとめざめる確率」に書いたが、「 ${}_nC_r$  や  ${}_nP_r$  を使わないで解く」ことを始めた。



標準問題以上を見据えて、具体的に記述するようにした途端、不得意を克服した。授業だと、上のような樹形図、思考の決定木を書く。こんな馬鹿丁寧にしなくても「2種類の目の組合せと出る順番を考えて」でいいじゃないかと思う人が多いだろう。特に、大人と、優秀な読者は、解答者は好きにすればよい。私の主張は、問題が難しくなったときにも、同じように書けるように、易しい問題から訓練した方がよいということである。

たとえば、2次関数の最大・最小問題がある。最大と最小の両方を問題にすると、「候補のグラフを描いて考える」を推奨している。2024年だと、同志社女子大、久留米大・後期などにある。弊社執筆者を希望の方への研修で「この解法を第一、普通の解法を別解」とするようになっている。中には「普通にやればいいんだ普通に」と怒る人（執筆希望者）もいる。普通にやったら生徒がどうなるかの経験がなく、想像力がないのだろう。私には、膨大な過去の経験がある。2024年の愛知医科大・推薦 $\text{\textcircled{4}}$ を見て欲しい。私は「普通の人には、 $\tan$ の加法定理で注意不足の解法をするだろう」と思う。問題を見ただけで、執筆者の原稿が分かる。「普通の生徒がやるミス」「普通の大人がやるミス」は、やってもらわなくても分かる。だからこそ、先回りしてできるだけ、昔の安田少年が混乱しないようにしたいのである。弁解しておく、私が高校生生のときには、2次関数の最大・最小問題など、どんなに複雑になっても、混乱しないものであった。その私でも、場合の数・確率は苦手であった。

なお、本書では  ${}_nC_r$  は使っている。しかし、 ${}_nP_r$  は可

能な限り、見つけると別の表現にしている。時間がなくてそのままにしているところもある。

#### 【数と式（一部に数学IIの内容を含む）】

4歳のとき、保育園に行く道すがら、母に手を引かれて、こう言われた。「今日から保育園よ。先生に、亨君は賢い子だと思われるように振る舞いなさい」「はい」大人を見ると、「今、自分がどういう行動をしたら大人が喜ぶか」を考えるようになった。そのことは、答案を書くようになって、十分すぎるほどに発揮された。「今、何を書けば、採点者が喜ぶか？採点者の用意している答案は何か？」を考えた。

#### 〔展開など〕

金城学園大 $\text{\textcircled{5}}$ は塊を見つけて展開する。生徒に解かせる、そんなことをする人はいない。ガンガン展開する。「ここで期待されている答案は何か？を考えないのか？」と聞くと、昔は「言われて気づいたけど、自分はそれを直観的に選んでいる気がする」と答える人は多かった。今は、一人もいない。北海学園 $\text{\textcircled{2}}$ (1)は、答えは見つけられるが、キチンと論証することは難しい。

#### 〔因数分解〕

北海学園大 $\text{\textcircled{1}}$ (1)は和と差の積の因数分解であるが、4項である。東北福祉大 $\text{\textcircled{1}}$ (4)に6項2次式の因数分解がある。最近では「因数分解もできない」生徒が多い。仁愛大 $\text{\textcircled{5}}$ や東海大 $\text{\textcircled{2}}$ (1)のように中学生レベルの問題も多い。これではトレーニングにならない。

東海大・抜粋 $\text{\textcircled{2}}$ (1)は基本的な2次の因数分解である。

愛知医大・看護 $\text{\textcircled{1}}$ (1)は複2次の因数分解である。

藤田医大・後期 $\text{\textcircled{1}}$ (1)は1次式の積になる問題である。昔なら二次式が二直線を表すということである。

#### 〔無理数の計算〕

久留米大・推薦 $\text{\textcircled{1}}$ (1)は近似値計算ができないように  $2\sqrt{13} + 7$  の整数部分の問題である。  $2\sqrt{13} \approx 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$  とすると失敗する。(2)は整数部分を与えて未知の  $a$  を求めさせるというのは、不自然な設問である。文科省は「近似値を覚えなくてよい」と教えているらしい。不等式で挟めとね。一方で慶應大・商 $\text{\textcircled{2}}$ (1)は  $\sqrt{13}$  を開平する問題がある。近似値は覚えなくていいから、開平計算ができればよいという素敵なアンバランス。

北里大・獣医 $\text{\textcircled{1}}$ (1)は方程式を利用して次数下げ等の計算をする。

無理数の計算が、愛知医大・看護 $\text{\textcircled{6}}$ 、同志社女子大 $\text{\textcircled{1}}$ (1)にある。大同大 $\text{\textcircled{1}}$ (1)、中部大・抜粋 $\text{\textcircled{1}}$ には多項式の割り算を利用した無理数の計算がある。明治大・情報コミュ $\text{\textcircled{2}}$ (1)は無理数が関係する3次の基本対称式の計算である。

広島工大**1**(1)や共立女子大**1**(2)は3項分母の有理化であるが、前者は $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{a+b}}$ の形になっていないから、分母が一発で綺麗にならず手間がかかる。

[基本対称式の計算]

早大・人科・数学選抜**1**(1)は $x+\frac{1}{x}$ の計算である。平方を繰り返すと目標が定めれば難しくはない。自治医大**2**は三乗根で $x+\frac{1}{x}$ の計算である。

慶應大・総合政策**1**(1)は解と係数の関係を用いて2次方程式を作る。

中央大・法**1**は基本対称式(3文字)の計算である。藤田医大・前期**1**(5)も同系統であるが、「実数」とつけたばかりに出題ミスになった。藤田医大は今年、もう1つ複素数で決定的なミスがある。

自治医大**12**は基本対称式の計算であるが、漸化式を立てる。これは思い出がある。高校のとき、教師が「教科書傍用問題集の略解で漸化式を立てる解法が載っているが、そんなことをせずに普通にやればよい」と言った。その後、教師の発言は間違いであることが分かった。目標を低く設定しているのである。進学校の生徒をなめてはいけない。

立正大**2**(2)に比例式の値の問題がある。

#### 【方程式と不等式と関数】

[1次方程式]

愛知工大**4**は連立1次方程式であり、最後は整数問題になる。1次不等式で整数が6個含まれる問題が東北福祉大**1**(2)にある。松山大・薬**1**(11)は絶対値のついた1次方程式である。摂南大**1**は絶対値のついた連立方程式である。

星薬大・推薦**1**(1)は1次不等式と整数の問題である。

[1次不等式]

北海学園大**1**(2)は単にルートの入った計算かと思うが、連立方程式の話になる。愛知医大・看護**5**は絶対値が二重になった不等式を解く問題である。グラフから考えたい。

早大・商**1**(1)は一見分数不等式、通分すると分母にしか残らないけど、分数不等式で、数学IIIでないのかな？

広島工大**3**は最高次係数が文字の1次不等式である。試験で出すと、生徒は何も考えずに割ってくる。不等式を解くだけのものは東海大**7**、日大・医-後期**1**(1)、岐阜正徳学園大・A日程**1**(2)、西日本工業大**2**(1)などに散在している。

[2次方程式]

東京電機大**6**は足したり引いたりする2次の連立方程式である。

慶應大・看護医療**2**(2)は判別式だけの問題である。

平方を外して2次方程式を解くだけの問題が同志社女子大**1**(2)にある。摂南大**3**(2)は絶対値のついた2次方程式である。青山学院大・理工A**3**は2次方程式であるが、通常解の配置ではなく、ルートの整理が必要になる。

早稲田大・人間科学-数学選抜**2**は2次方程式の解がいずれも整数になるように定数を設定する問題である。実質は整数問題である。

愛知医大・看護**8**は2つの判別式がともに0以上になる問題である。解と係数の関係を用いて対称式の値を求める問題が東京理科大・先進工**1**にある。 $\alpha^6+\beta^6$ は少し計算が膨らむ。

解の配置の問題は多くあるが、中部大**21**は絶対値の入った方程式の解の配置で、 $|x|^2=x^2$ に気付くと $x>0$ の範囲の話をするれば良いことがわかる。その先は定数分離で処理をする。異符号の解をもつパターンと異なる2つの正の解をもつパターンが問う問題が南山大**1**(1)にある。

中京大**3**は共通解の問題。

[2次不等式]

絶対値付きの2次不等式を解くだけの問題が中部大**11**にある。 $|x|>a$ は、 $a$ の符号に関係なく $x<-a$ または $a<x$ と外す。

昭和薬大・B方式**1**(1)は2次不等式を満たす整数解の個数を指定する問題で、大変良い問題である。

不等式が常に成立する条件を考える問題の、2変数の場合が広島工業大**1**に、3変数の場合が京都先端科学大**1**にある。

甲南大**2**は文字定数を含む2次不等式で、 $ax$ 平面に図示するのが早い。一般に場合分けしてもできるが、少々手間がかかる。

2つの方程式の解の包含関係を調べる問題が東京女子大・数理**9**にある。

[1次関数と2次関数]

自治医大**5**は絶対値の着いた1次関数の最小値である。中京大**7**は絶対値が二重になった関数の区間付きの最大値の問題である。

2次関数の係数決定が東北福祉大**1**(4)、日大・医-前期**1**(3)、埼玉工業大**1**(4)にある。東海大・抜粋**2**(4)、明治薬大**5**は2次関数の2次関数の最小である。愛知工大**2**は絶対値と2次関数である。松山大・薬**1**(6)は整数が絡むが、単に2次関数の値域の話で

4

ある。

松山大・薬**1**(7)は頂点の行く先を追いかける。グラフの移動の問題はこの他にも埼玉工業大**1**(4), 愛知学院大・薬, 歯**8**などにある。

$x^2 - 2x = t$ などと置き換えてしまうと  $y = at + b$  のように1次関数になってしまう問題を私は「ヘタレ2次関数」と呼んでいる。多くの場合、軸の位置と区間の左右の関係による場合分けなどが起こらない。今年は例年よりはヘタレ2次関数が少ないが、東海大・抜粋**6**, 金城学院大**4**にある。早大・人科**1**(1), 明治大・後期**5**, 久留米大・後期**3**は2次式を塊にする問題で、2次式の2次式である。4次だからといって微分したらいけない。

長浜バイオ大**1**は相加・相乗の不等式を使うと一発だが、2次関数の問題として解くこともできる。

2次関数の最大と最小の差の問題が中部大・**7**抜粋にある。

2次関数の最大  $M$ , 最小値  $m$  について,  $M = 2m$  の問題が同志社女子大**7**にある。候補を挙げて考えないと、解けないだろう。候補をあげる問題は毎年多く、南山大・理系**2**(3), 中部大**7**などにもある。久留米大・後期**1**は  $M, m$  を求めさせ、それを利用して,  $-3 < x \leq 1$  の解の配置にするとという、画期的な問題である。従来の解の配置の手法だと、面倒である。

#### 【平面図形】

[三角比の計算]

中部大**3**は有名角の  $\tan$  の値を用いて計算するだけの問題である。

$1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$  と見ることによって、次数を揃え  $\tan \theta$  の値を求める問題が明海大**4**(2)にある。

西南学院大**1**(2), 埼玉工大・人間**2**は  $\sin$  と  $\cos$  の対称式から、色々な値を求める問題である。

[正弦定理・余弦定理]

藤田医大・後期**1**(4)は余弦定理を使うだけの問題である。私立医大にはこうした軽い問題もある。星葉大・推薦**1**(2), 同志社女子大**5**(1), 摂南大**3**(3)は基本的な余弦定理, 正弦定理である。中部大・抜粋**2**は余弦定理, 高さ, 面積を求める。聖マリアンナ医大**2**は正弦定理と余弦定理を駆使する重い問題である。初等幾何の力と計算力も問われる。

中部大・抜粋**10**は余弦定理や正弦定理を用いて等式を証明する問題である。

紙を折り返す問題は自治医大・看護**3**にある。

円に内接する四角形の問題はあちこちにあり, 日大・医-前期**1**(1), 金城学院大**3**(1)などにある。

金沢工大**1**(2)は角の二等分線の長さを求める問題である。

[円]

兵庫医大**1**(3)は円周角を計算するだけである。

愛知工大**1**(6)に3円が接する問題がある。愛知医大・看護**10**は2つの三角形をくっつけて考えるとよいが、そんなこと出来るのか? 加法定理(試験の範囲外)が必要になるが、正弦定理だけで押す法が普通である。星葉大・推薦**1**(2)を見よ。愛知医大の問題とほとんど同じ設定である。加法定理を使えば正弦定理だけで押せるのも同じである。面積を聞くと辺の長さを聞く違いである。

慈恵医大・看護**3**は円絡みの中から相似を見つける。毎年、慈恵看護の初等幾何は良問が多い。

[平面幾何]

東北福祉大**8**は中学レベルの円周角等の論証であるが苦手な生徒が多かろう。

東京理科大・数物化**4**は内接円の問題であるが、三平方の定理を使う。

方べきの定理が北里大・獣医**3**にある。産業医大**3**は方べきとメネラウスの合わせ技である。

明治大・全**1**(3)は解法の選択をする。方べきの定理が一番速いが、座標も速い。解法の選択を教えたい。

早大・教育**1**(3)の対称軸の問題は高校的とはいえない。難問ではないが、注目すべき問題である。

[角の二等分線の定理]

愛知医大・看護**3**は角の二等分線の定理であるが、通常は辺の長さを与えて比と求めるが、それが逆になっていて、以外に考えにくい。同志社女子大**5**(3),

[メネラウス・チェバ]

摂南大**3**(3)はメネラウスとチェバを両方使う。東北福祉大**6**はメネラウスの定理を使うが、平行線による比の移動も使う。自治医大**8**, 同志社女子大**6**, 自治医大・看護**1**(2)にもメネラウスの定理がある。

成城大・文系**12**はナポレオンの三角形をチェバを使って示す。

#### 【立体図形】

明治大・農**6**, 東海大・抜粋**3**, 仁愛大**2**は三脚問題である。

日本女子大・理**1**は床に垂直に壁を2本立てる基本的な体積で、易しい。どこを底面と見るかを変えて垂線の長さを求める。

中部大・抜粋**6**は紙を折り曲げて作る立体である。

早大・教育**1**(2)は空間の格子点の正六角形である。

正多面体の頂点と辺の数を求める問題が聖マリアンナ医大・医-後期**1**(1)、岐阜聖徳学園大・A日程**2**にあるが、意外な盲点かもしれない。オイラーの多面体定理の主張だけをストレートに聞く問題が同志社・文系**1**(3)にある。

中部大・全**7**は、円錐の側面上の最小値を求める問題で、展開図上の弦を考える。中学入試にありがちである。共立女子大・全**5**は立方体からはみ出して三角形を作る。

#### 【場合の数】

2007年松山大に初出され、その後あちこちに出題された「かぶっちゃ YA-YO (ぐるナイという番組で昔やっていたもの)」が獨協医大**4**にある。

明治大・全**1**(5)は3の倍数でなく3を含まない数の個数を数える。3を除くことによってうまく分類される。よく出来た問題である。

岡山理科大**1**にA同士、B同士が隣り合わない大同大**1**(3)にc同士が隣合わない、e同士が隣合わない問題がある。これは2種類であるから難しくはない。松山大・薬**4**はk, a, uの同じ文字が連続しない列の個数を求める問題がある。大学掲示の答えが違っていたりしい。ここは外注である(と思われる)から、外注先の用意した答えが違っていることになる。松山大の他学部入試にも「組合せ」と「順列」の区別がついていないと思われる奇妙な問題文がある。ただし松山大の問題文がおかしいのは今年に限ったことではない。

明治大・経営**1**はその残念な問題である。

芝浦工大・前期**1**(2)に整数をバラして加える問題がある。中学受験の小学生にはおなじみ。愛知医大・看護**2**は辞書式に並べる整数である。

数珠順列が金城学園大**2**(1)、同志社大・経済**1**(2)にある。同志社のものは、紫玉3個と白玉9個の数珠順列で、大変。

〇と仕切りで数える問題が藤田医大・未来**1**(6)、金城学院大**7**にある( $0 \leq x \leq y \leq z$ の個数もある)。

愛知医大・推薦**1**の2次方程式は「解が同じなら方程式が同じ」というのは伝わりにくいだらう。「期待されていること」を想像する力が問題である。

平面図形の塗り分けが明海大**2**にある。大阪学院大・文系**1**(4)は立方体の塗り分け。

最短格子路の問題が北星学園大・経済**4**、龍谷大・推薦**5**(1)にある。前者は包除の原理や補集合を用いる。

部屋分けの問題も単純なものから複雑なものまである。城西大**1**(4)は6人を2人ずつに分け、中京大

**1**(4)は16人から偶数人を選んだ上で2人ずつに分ける。明治大・理工**1**(4)は5人の中学生と3人の高校生を2部屋に分ける。青春だね。

#### [正多角形]

東北福祉大**2**は正八角形から三角形を作り、東京医大・医**2**は正三十六角形から四角形を作る。足利大**1**(4)は立方体の頂点を選んで三角形や四面体を作る問題。東洋大**1**(4)は正二十面体から3点を選んで三角形を作るが、見かけ倒し。

#### 【確率】

#### [いろいろ調べる]

兵庫医大**1**(2)は人を選んでその中に誕生日が同じ人がいるかという確率である。易しいが適度な問題である。

慶應大・看護医療**1**(1)は目の積が偶数、4の倍数の問題である。東京理科大・数物化**6**は4の倍数、3の倍数、5の倍数などの問題で、余事象の活用をする。長いどうでもよい問題文を読ませてただひたすら調べる問題が多いが、そういう出題者はこうした問題を見習うべきである。

東京農大**4**は右、上、斜めに動く格子路の問題である。東京薬大**4**は配置によって三角形の形が異なるから、ただひたすら調べる。

慶應大・薬**5**の星取り表の確率は面白いが難しい。

#### [ボールと仕切り]

従来、重複組合せという意味不明の用語で呼ばれていた問題も、微妙なタイプの違いがある。ボールと仕切りを並べたり、後で仕切りを突っ込んだりする。いろいろ練習しておかねばならない。帝京大・医**1**(2)がその問題である。

#### [順列]

松山大・薬**1**(10)は男女の列という、時代遅れな文章である。東京都市大・文系**1**(8)はアルファベット26文字を並べて考えるのがよい。

#### [くじ引き]

くじ引きが福岡大・抜粋**10**、松山大・薬学部**5**にある。岩手医大**3**はAがどこに出る確率も等しいという、広い意味のクジ引きである。何番目の人が当たるか、である。残念なことに、問題文の意味が分かりにくい設問がある。

#### [繰り返す試合]

愛知医大**1**(2)に繰り返し試合をして先に4勝する問題がある。

#### [サイコロ]

城西大・数学**2**(1)はサイコロの基本問題。

藤田医大・前期**1**(1)はサイコロの目の最小値の問題である。

立教大・文**1**(3)は3回振って出る目の積が4の倍数となる確率、青山学院大・社情**1**は $n$ 個のサイコロの出る目の積が2, 4, 8の倍数の問題である。出る回数を細かく分類するのがよい。

サイコロの出る目の和はもう少し簡単で、武蔵大**4**(2)、龍谷大・推薦**1**(2)にある。

帝京大・医**1**(2)(iii)には最小値の問題がある。

藤田医大・後期**1**(3)の3以下の目が出る問題は対数の問題かと思ったら、対数が考えにくい形であった。ガンガン調べるしかない。まあ、経験的に、 $2^n$ で見つかるとなれば、10の近くだから、 $n = 10$ から試していくだけである。

久留米大・推薦**2**は双六であるが、途中で規則を変えるのは反則である。規則を覚えないといけないから、全く別の問題を解くことになる。久留米大は以前のように出題ミスがなくなったのはよいが、本年は設問にヒネリが多すぎる。

順天堂大**1**(2)はサイコロを5回振って、同じ目が何回か連続する確率を求める問題で、どこから連続が始まるかで場合分けする。

3個のサイコロを振って、出る目が連続する確率を問う問題が東京女子医大**3**にある。

[ジャンケン]

同志社大・理工**1**(1)、東京理科大・理工**1**(2)、自治医大・看護**4**にジャンケンの問題がある。

[整数と確率]

3で割った余りと確率を考える問題が中央大・理工**2**

[確率の最大]

自治医大**10**、早大・人科・数学選抜**2**(2)、東京女子大・数理**4**に確率の最大問題がある。

[その他]

モンモールの問題が青山学院大・理工**1**にある、

#### 【条件付き確率】

東海大・抜粋**2**(7)は条件付き確率とは名ばかりの、3つのうちの1つを選ぶ等確率というだけの問題である。埼玉工業大・人間**4**、明治薬大・前期**1**(1)、武庫川女子大・推薦**3**(2)は本質的には条件付き確率ではない。学習院大・理**2**や星薬大B**2**(1)は基本的な条件付き確率である。東邦大・医**3**(2)や京産大**3**(2)はクジ引きに関する条件付き確率。

東京女子大・文系**3**は定義から値を求める計算問題で

ある。北海学園大**7**もその系統で、ベン図を書いて確率を設定して、方程式を解くという、過去に何度も書いてきた、本書では定番の問題である。しかし、解いてもらうと、文字を設定しようとしないう人ばかりだ。ベン図を書かない人ばかりだ。実は、ベン図など、身につけていないのではないだろうか？未知数を文字で設定することすら、身につけていないのではないか？出題者が何を $x$ と置きなさいと言わない限り、何も自分でできないのではないのか？

早大・人科**2**は $P(3)$ を求めるときに、実際に列を並べよう。そのプロセスで、列の個数を数えようと気づくだろう。場合の数を場合の数で割る。面白い問題である。東京慈恵医大**1**も個数の比で条件付き確率を考える良い問題である。

青山学院大・経済**4**はモンティホール問題的問題的であるが、複雑で考えにくい。

共立女子大・全**7**は3つのサイコロを振って出る目の最大値と合計値を加味する条件付き確率の問題である。

北里大・薬**2**はカードを取り出す問題であるが、丁寧に同じような計算を何度も行う。中央大・文系**2**も6枚のカードから3人が2枚ずつ取り出す問題である。

立教大・理2月6日**2**に同じ目を3回出す問題がある。

慶應大・理工**2**の「コインのタイプが分からない」は「解き方がわからない」人もいるだろう。問題が変わっている。解答を見ると短く、実は易しいらしいことに驚く人も多かろう。「確率は題意の分析」こそが重要。

昭和大・医-2期**4**は医学部らしく感染症に関する条件付き確率である。検査で陽性だったからといってそれほど心配しなくても良い。

日大・医-後期**3**は最短格子路の条件付き確率だが、場合の数のときと違って、すべての経路が同様に確からしいわけではないので要注意である。

獨協医大**1**は正八面体の辺に色を塗る問題だが、設問が多くて飽き飽きするし問題文が長い。

慶應大・総合政策**3**はコイントスの問題である。「コインを投げる」と書かないのはさすがである。コインを投げるなんて、銭形平次かよ。慶應大・商**4**は問題が長い。

#### 【場合の数と漸化式】

階段上りの漸化式でフィボナッチになる典型題が中部大**2**にある。

早大・理工**2**は3で割った余りで立てる3元連立漸化式である。出題者が指定する方法はあまり美しくない。慶應大・医とは違い下手とまでは言わないけれど、

$a_{n+1} = pa_n + q$  なら  $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$  にするのだから、これにならって、特殊解を見つける解法を常識にしてほしい。

同志社大・文系**3**は正多角形の弦による平面の分割で漸化式を立てる。

#### 【確率と漸化式】

2項間漸化式になる典型題が津田塾大・学芸-国際**1**にある。立命館大・文系**3**も  $a_n, b_n, c_n$  を用意するものの  $a_n + b_n + c_n = 1$  を用いると結果的に  $a_n$  の2項間漸化式に落ち着く。

袋から玉を取って入れ替える問題は「同時に取って交換」「同時ではない」という2系統がある。同時に交換は近畿大・医-後期**2**にある。「同時ではない」交換は北里大・医**3**と慶應大・医**2**にある。漸化式をキチンと全部立てると対称性などを利用して上手く解けるが中途半端に立てると対称性に気づかず難しく解くことになる。北里大も慶應も下手に解いており、生徒じゃあるまいし、手慣れた大人は、漸化式など最短の道で上手く解くのが普通であるから、2学部とも下手に誘導しているのは不可解である。外注（外部の会社に発注）になり、その会社が同じ問題を使い回していると思えない。

早大・理工**4**は  $W$  が連敗しない漸化式で、1回目でタイプ分けするという典型的な問題である。今年は漸化式絡みが2題あり、2番が場合の数と漸化式、4番が確率と漸化式で、4番の方が易しい。偏っている。

#### 【二項定理】

展開式の係数を求める基本的な問題が専修大・文系**4**(3)、広島修道大**1**(2)、成蹊大・理工**1**(3)、福岡大**5**にある。

北里大・獣医**1**(3)に二項係数の和の計算がある。大阪工大・理系**1**(3)や産業医大**2**(5)は二項係数の最大を求める問題である。

#### [多項定理]

多項定理が学習院大・文系**3**(2)、藤田医大・未来**1**(5)にある。後者は新しいパターンである。

#### 【整数問題】

##### [約数・倍数]

約数の個数、約数の総和があちこちにある。北里大・医**1**(4)は2052、愛知医大**1**(1)は2024、藤田医大**1**(2)は2024<sup>2</sup>、星薬大・推薦**2**(1)は2024 $n$ の問題である。名城大・情報工、理工**1**(1)は平方和の問題である。

九州産業大・理系**1**(2)はただ約分する問題。互除法を使う。

慶應大・理工**1**(1)は2024の約数であるが、「大きい方から6番目」を聞く問題であり、「全部並べるのか」と戸惑う人もいただろう。また2024の6乗根に近い自然数という設問も戸惑う。

東海大・抜粋**2**(5)は最小公倍数の基本問題である。

東京理科大・数物化**1**はオイラー関数である。和を求めるときに両側からペアにするというアイデアが上手い、3桁の問題がある。北海学園大・経済、人文**2**(3)もその系統だが、より基本的。

明治薬大・公募**1**(2)は4進法である。

慶應大・商**2**(3)の最小公倍数が2倍になる問題は、厳密には数学的帰納法だろう。空欄補充だから、結果を書けばよい。

日本女子大・人間**2**、愛知学院大・薬、歯**7**(2)はベン図をかいて素因数を振り分けていく。

#### [剰余による分類]

東北福祉大**5**は連続2整数を3で割った余りを考える問題である。立教大・理2月6日**1**(2)は17 <sup>$n$</sup> の一位の問題、産業医大**2**(2)は515<sup>2024</sup>の下二桁の問題である。

#### [素因数の話]

平方するまえと後で下二桁が変わらない問題が藤田医大・後期**1**(2)にある。本当に下二桁を考えようとする生徒が多い。差が100の倍数という解法はとても素敵な言い換えである。受験雑誌「大学への数学」の新作問題演習に載っている。新作問題集には3桁のバージョンもある。

慶應大・総合政策**1**(2)は素因数5の個数を数える有名問題

#### [不定方程式]

$ax + by + c = 0$  の形の1次不定方程式は多く、愛知工大**1**(5)、青山学院大・工B**1**(1)、東海大・抜粋**2**(6)、同志社女子大**1**(3)、明治大・情報コミュ**2**(4)、上智大・理工、経済**1**(1)にある。

単位分数の3つの和の形式が慶應大・商**1**(3)にあり、2つの和の場合は明治大・総合数理**1**(1)、藤田医科大・ふじた未来**1**(4)にある。

解と係数の関係を用いる基本的な双曲型が慶應大・経済**1**(1)、早大・人科・数学選抜**2**にある。東海大・医**1**(1)は平方差の双曲型。

#### [2次以上の不定方程式]

東京理科大・C方式**1**、東京理科大・工**1**(3)、成城大・文系**3**は不等式で挟んで絞り込む。

藤田医大・未来**1****3**は3次式があり、因数分解できずだと信じて進まねばならない。因数分解できて

も、その先も難しい。

慶應大・薬**1**(5)は4次の不定方程式。素数であることが効いてくる。

久留米大・前期**1**の不定方程式は、 $y$ ついて1次、 $x$ についてだから、 $y = (x \text{ の式})$ とするのが普通なのに $x$ について解く(ルートが入って難しくなる)という異様な解法である。

自治医大**3**は3次分の2次の分数式が整数になる問題。必要条件として $f(k) \geq 1$ を解くと唐突に見えるが、実戦的には順序を逆にして、 $f(0), f(1), \dots, f(6)$ と求めていき、 $f(k) < 1$ になったらやめるとすればよい。

[ $p$ 進法]

計算するだけの問題はあちこちにある。

広島工業大・A日程**3**は8進法で4桁の整数を作る。

明治薬科大・公募**2**(2)は4進法で3桁の問題である。早大・教育**1**(1)は2進法の循環小数の問題である。東京医大・医**1**(1)は5進法の循環小数を10進法にする。

[ガウス記号]

小数部分を文字でにおいて等式で処理する問題が昭和  
大・医-2期**2**(2)にある。城西大・数学**4**(1)は地道に調べる。

[その他の話題]

ルジャンドル関数と二項係数の話題が近大・理工、情報、法、他**1**にある。

素数を無数に生成する2次式が存在しないことを示す問題が聖マリアンナ医大・医**4**にある。良い問題である。

## 【集合と命題】

[集合]

明治薬大・公募**1**(1)は集合で整数の個数を限定する問題である。人数を求める問題が自治医大・看護**1**(3)にある。

集合の包含の基本が同志社女子大**5**(2)にある。区間の包含は北星学園大・経済、社会福祉、文**1**(1)、要素の包含は北星学園大・経済、社会福祉、文**1**(2)にある。

立命館大**5**(2)は要素を羅列する問題だが、あまりに同じことを何度もやらされるから辟易する。

[命題の真偽]

命題というのとやたらと対偶を考える人がいる。役に立つ例が東京薬大**6**にある。見て欲しい。岡山理科大**5**に命題の真偽がある。

慶應大・商**2**(4)は題意がとりにくく難しい。

[必要性と十分性の問題]

必要条件なら①、十分条件なら②、必要十分なら③、必要でも十分でもないなら④を記入するという問題がある。「必要と十分はこの問題のためにある」と思っている生徒もいる。いや、生徒どころではない。高校教員でも、そう思っている人がいる。

数学の問題を解こうと思ったとき、すぐに全容が見えないことがある。そのときに、特別な値を試して、情報の一部を得る。そのとき得られるのが必要条件である。星葉B**2**(2)を見よ。阪大2012年の類題であるが、問題としての出来は百万倍もよい。 $n = 5k$ とおけて $|k-5| \leq 3$ から $k$ の情報を得る。これが必要条件である。そして、その得られた $k$ のうち、適するものがどれかを調べる。これが十分性である。実に数学らしい問題である。

愛知工大**3**は整数と必要・十分の判定問題である。東海大・抜粋**2**(3)、松山大・薬**1**(9)、東邦大**2**(3)にも必要・十分の判定問題がある。この他にもあちこちにある。うちのスタッフの原稿を見て思うが、やたらと真理集合の包含を考える人がいる。大学の論理学で、真理集合など、ほとんど出て来ない。勿論、真理集合を考えるのが有効な問題もあるが、大学の論理学を念頭に置いたときには方向が違ふとしか言えない。「 $\sqrt{2}$ は無理数である」のような命題では真理集合を考えても意味はない。

[その他]

慶應大・看護医療**2**(3)に $\sqrt{2}$ が無理数の証明がある。日大・医-後期**1**は $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ の無理数性である。

「 $\sqrt{2}$ は無理数である」には逆も裏も対偶もない。どんな命題にも逆、裏、対偶があるかのように書く明治大・情報コミュ**1**(5)の問題文には欠陥がある。書き方に失敗していることを除けば、逆、裏、対偶のすべての同値性を問題にした初めての問題である。

主語がなく、命題もどきの問題が東邦大・看護**2**(3)にある。憂うべき事態。

北海道情報大・全**2**(3)、北星学園大・経済、社会福祉、文**5**(1)は対偶信者のための問題。奈良大・A日程**10**の証明は背理法さえ使わず示せる。

岐阜聖徳学園大・A日程**10**はパズルのような数学のような問題である。中学入試にありそうである。

## 【データの分析】

[中央値など]

四分位範囲が同志社女子大**1**(4)、日大・医-後期**1**(2)、南山大・理工**1**(4)にある。明治大・情報**1**(2)



は中央値や最頻値を求める。

[分散・共分散・相関係数]

平均と分散の基本的な計算が奈良大**1**(6)にある。

明治大・全**1**(3)はデータは少ないが、それなりの工夫をする分散の問題である。分散、標準偏差の計算が東京薬大**1**(4)

愛知医大・看護**10**は分散の計算で、2次関数の値域が出てくる。

藤田医科大・ふじた未来**1**(2), 近大・医-推薦**1**(2)はデータの顔をしているが、基本対称式の計算にすぎない。

愛知工大・文系**1**(3)は値をアフィン変換した際に標準偏差や共分散がどうなるかを問うている。

藤田医大・後期**10**は分散の計算であるが、ほどよい計算量である。

慶應大・看護医療**5**に分散の計算などがある。少し計算が多い。

聖マリアンナ医大・医**1**(1)は相関係数の計算で、これくらいならちょうどいい。東海大・医**2**までいくとめんどくさい。

#### 【複素数の計算】

複素数の基本計算が広島修道大**1**(1), 東京農大**1**(2)にある。立教大・理2月6日**1**(4)に $z^2 = 3 - 2\sqrt{10}i$ を解く問題がある。東京都市大**3**に $z^2 = -5 + 12i$ を解く問題がある。玉川大**2**(2)は $z^3 = i$ を解く。中部大・抜粋**4**は $z^2 = 3 + 4i$ を解く問題だと思っていたら、答えの空欄のほうに虚数部分が $\pm i$ と書いてあって、驚いた。残念過ぎる。

#### 【虚数係数の方程式】

中京大(本書未収録, 理系良問集参照)に虚数係数の2次方程式の問題がある。

久留米大・推薦**4**は虚数係数の3次方程式の問題で、それは共通解の問題に関わる。

#### 【高次方程式】

南山大・文系**1**(1)は複2次式を解く。

甲南大**1**(2), 学習院大・理**3**は3次方程式の共役解を用いて解と係数の関係をする。

関西学院大・文系**2**(1)は1次因子を見つけてしまえばあとは2次方程式の問題である。

立教大・理2月6日**4**(1)に2次方程式を解けば判別式から整数解が求められる問題がある。

3次方程式の解と係数の関係を用いる問題が東洋大**1**(3)にある。 $\alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5$ を求めるために漸化式を立てる。明治大・総合数理**2**や聖マリアンナ医大・医

**1**(2)も同系統の問題である。昭和薬大・B方式**1**(3)は解の変換をする問題である。

#### 【多項式の割り算】

自治医大**1**は割り算の実行である。因数定理で割り算をする問題が東京**1**(1), 東京薬大**1**(1)にある。

青山学院大・経済**1**(1)は因数定理で因数を見つける定番である。ただし、日本語が意味不明である。なぜ、あんなことを言う必要があるのか?単に「整数の解の個数を求めよ」とか、もっと簡単なことを聞くべきである。

割る前, 商と余りから, 割るものを出す計算が同志社女子大**2**(2), 自治医大・医**1**にある。

青山学院大・社情**2**は $f(x)$ で割った余りの部分が問題になる。全部書いていると式が長くなるから合同式を多項式に拡張して書くとよい。

中部大**1**は $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ を代入するのではなく、2次方程式を作って次数下げする。

福岡大**4**, 広島修道大**1**(4), 東京薬大・生命科学**1**(1)は等式で書いて代入する。西南学院大**1**(1)は微分を利用する。

東京慈恵医大**3**は多項式の難問である。連立方程式を解く要領で考える。

[オメガ]

北里大・薬**1**はオメガの問題で、多項式の割り算をする。等式で書いて代入するだけである。従来は設定した商などが消えるように代入せよと教えるが残っても難しいことはない。

[恒等式]

関西学院大・理系**1**(1), 金沢工大**1**(1)は分数式の分母を払って代入し、係数を決める。

学習院大・法**3**は4次式を $(x-\alpha)^2(x-\beta)^2$ の形にする問題で、複接線を求めるときに使う議論である。

#### 【図形と方程式】

[点の座標と直線の方程式]

久留米大・文系**3**は内分点, 外分点の座標を求めるだけの基本問題である。

東京工芸大・工**1**(6)は2直線の平行条件, 垂直条件である。東海大・医**1**(3)は3直線が1点で交わる条件を考える。

明治薬大**2**は座標平面で三角形の面積(辺の比)を考える。

上智大・文系**3**(3)は直線を回転移動させる問題。芝浦工大・前期**1**(1), 愛知工科大**2**(1)に直線の交角の問題がある。

同志社女子大**3**の接点を出す問題は回転・縮小を使うと簡単である。正直な計算ではほとんどの人が解けない。解けない理由は数値が異様に大きいせいである。設問が多すぎるのは残念である。

慶應大・商**3**は三角形の面積の最大がある。接線を引くか、 $\frac{1}{2}|ad-bc|$ を使う。

[円]

幾つもの球の体積が慶應大・環境情報**4**にあるが(これは数学III)それを2次元にしたのが早大・人科**1**(2)。なんだか妙に似ている。

慶應大・看護医療**1**(4)は接線の長さの問題である。

南山大・文系**1**(2)は円の弦の長さの問題。

愛知工科大**1**はパップスの中線定理を座標平面で扱ったものである。置き換えをしなければ、そのまま必然に出てくる。

中央大・法**2**はフェルマー点の問題である。

三角形の内接円の問題が中央大・理工**7**、藤田医大・前期**1**(4)。

中部大・全**12**は円束の基本問題。久留米大・推薦**3**は円の束と軌跡の問題である。岩手医大**2**は2円の共通接線である、交点に着目すると書いてあるから取り組みやすい。

星葉大・推薦**2**(2)、兵庫医大**2**、慶應大・医**1**(1)を見よ。三角形の内心、外心の問題がある。辺の長さの条件が微妙にずらしてあるが基本的に同じように解ける。同じ作成会社による外注が疑われる。慈恵医大・看護**1**(2)は図形問題であるが、外心が出て来ないが、同系統がある。医学部ではないが、東洋大**7**、神戸学院大・共通**2**も内心、外心絡みである。

早稲田大・人間科学**7**、東京女子大・文系**1**、岩手医大**2**は根軸や極線の問題である。

[領域と最大・最小]

昭和大学・医-2期**2**(5)、京都薬大**1**(1)、早稲田大・人間科学**1**(2)は領域を図示する問題である。

青山学院大・社情**4**、慶應大・薬**1**(3)は領域が三角形で、距離を考える問題である。北里大・医**1**(1)は円と直線で考える最大問題である。武蔵大**2**に領域が四角形、慶應大・商**1**(4)に三角形の領域で直線をずらす問題がある。早大・社会**1**は候補を挙げて比べればよい。

東京薬大・薬、生命科学**6**、学習院大・法**2**に領域の包含の問題がある。

[軌跡]

南山大・理工**1**(2)、玉川大**1**(6)はアポロニウスの円の問題である。東海大・医**1**(5)に角の二等分線の問題がある。

題がある。

中央大・理工**7**は角度一定だから実は幾何で解けるのに回りくどい誘導がある。

東北学院大・工**2**は直交する2直線の交点の軌跡である。幾何的にも解ける。東京女子大・数理**1**は反転である。

[通過領域]

産業医大**4**は直線の通過領域で、包絡線を求める問題である。

[写像]

早大・教育**1**(4)の和と積の写像の問題は、対称性が崩れているが、定型の扱いで解ける(その後面積を求める)。星葉大B**5**も同系統であるが、対称性がある。

【三角関数】

[三角関数の基本的計算]

藤田医大・未来**2**はラジアン定義など、生徒が苦手な設問である。数学は公式を覚えて適用するものだと思っている生徒には有効な問題である。

愛知医大・看護**1**(2)は $\tan 2\theta$ の値から $\theta$ を求める。明治薬大・公募**1**(3)は $\sin$ の値から $\cos$ 、 $\tan$ を求め、金沢工大**1**(4)は $\tan$ から $\sin$ 、 $\cos$ を求める。

[2倍角・3倍角・合成・展開]

置き換えて2次関数が同志社女子大**2**(3)、岡山理科大**2**、同志社大・文系**1**(3)、置き換えて3次関数が兵庫医大**1**(5)にある。

愛知学院大・抜粋**1**は半角の $\tan$ などの計算がある。南山大・抜粋**1**(2)は半角と3倍角を使って $\cos \theta$ から $\sin \frac{3}{2}\theta$ を求める。この程度の問題はあちこちにある。東洋大**1**(6)は $\cos 195^\circ$ を求める。東海大・医**1**(6)は2乗して加えると加法定理の形が見える。

明治薬大**1**(3)は $\sin \theta$ の値から他の値を求める問題である。

明治薬大**4**はレーリー商で、三角関数の最大・最小を判別式に直して考える問題である。かつては頻出問題であったが、昨今は知らない人が多い。

合成して最大・最小が北里大・理**1**(1)、北里大・医**1**(1)、北里大・獣医**1**(2)、藤田医大・後期**1**(5)、自治医大**7**、東海大・医**1**(4)にある。

明治大・政治経済**1**(2)は単位円周上の点をパラメータ表示したあと、半角と合成をして最大・最小を求める問題である。 $t = \sin \theta + \cos \theta$ と置き換える問題は神戸学院大・共通**3**などいくつかある。一時期よりは減った。

藤田医大・未来**1**(10)の $\cos \frac{2k\pi}{9}$ の和は、問題文は

短い試験としてほどよい問題である。問題文は短くないといけな。

藤田医大・前期**1**(3)に交角を  $\tan$  で扱う問題がある。慶應大・経済は  $\tan$  で置き換えて、分数関数を2倍角の合成の話にする問題である。

早大・人科・数学選抜**1**(3)は置き換えによって見通しよく解きたい。

$\cos \frac{2}{5}\pi$  の値を求める問題が関西学院大・理系**2**(2)に、 $\sin \frac{3}{10}\pi$  の値を求める問題が聖マリアンナ医大・医後期**1**(3)にある。

[方程式]

南山大・理工**1**(3)は  $\sin$  でくくったあと合成する。東洋大**5**(3)は2倍角の公式を使うが、最も忘れられやすい  $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$  が主眼である。慶應大・看護医療**1**(2)は易しい3倍角の方程式である。三角連立方程式が広島工業大**6**にある。

置き換えて3次方程式が星葉**B3**にある。

三角関数絡みの解の配置系の問題もいくつかある。西南学院大**3**は置き換えて2次方程式。

東京都市大・文系**1**(7)、岐阜聖徳学園大・A日程**6**は三角関数を含んだ式が恒等式となるように定数を定める問題。必要性和十分性に分ける。

[不等式]

大工大**2**には  $(2\sin x + 1)(\sqrt{2}\cos x - 1) \leq 0$  がある。東京理科大・理工**1**(2)もその系統である。生徒に解かせると場合分けをするからミスをする人が多い。本書では「不等式は場合分けをしない」ことを主としている。

合成する問題が名古屋学院大**1**(1)にある。上智大・経済**1**(3)は特定の範囲にあるすべての  $\theta$  について不等式が成り立つ条件を求める問題で、定数分離する。

置き換えて2次不等式が、南山大・文系**1**(3)、置き換えて3次不等式が自治医大**11**にある。

### 【三角関数の図形への応用】

[ $\tan$  を利用した交角]

$\tan$  を利用して直線の交角を求める問題が愛知工大大・工**2**(1)、藤田医科大・前期**1**(3)、芝浦工大・抜粋**1**(1)、同志社女子大**4**にある。

[形状決定]

早大・人科・数学選抜**3**(1)は加法定理を用いて変形する。先の見えにくい問題は生徒は苦手である。

[その他]

藤田医大・未来**3**は、三角形で、定直線上に2点をのせて動くとき、第三点は楕円を描くという有名な問題である。帝京大・医**2**(1)は三角形の外接円と角度1つ

が与えられたときに他の2辺の和の最大を求める問題である。甲南大・文系**6**もその系統。愛知医大・推薦**4**は  $\tan$  の加法定理を利用した論証問題である。「加法定理が使えないケースがある」というのが、この業界で仕事をする大人には定番の「注意の効かせどころ」「腕の見せどころ」である。脳天気に加法定理を使うだけではないけない。内角の和が  $\frac{\pi}{2}$  にならないようなものを選んでいく必要がある。

### 【指数・対数関数】

[指数関数のいろいろな問題]

指数の関係から等式の値を求める問題が愛知医大・看護**4**、東洋大**5**(4)、西日本工業大**3**、早大・人科**1**(3)にある。 $10^x = 25$ ,  $100^y = 400$  は辺ごとに掛けたくなる？  $10^{x+2y} = 10000$  になる。対数を取らない方がスッキリする。

対称式の計算が同志社女子大・前期**2**(1)、自治医大・医**4**にある。

岩手医大**1**は置き換えて2次関数である、整数との融合青山学院大・社情**5**は置き換えて3次関数で微分する問題である。

青山学院大・経済**3**はとても面倒である。結局調べるしかないと思われる。

[指数・対数の基本的計算]

東海大・医**1**(4)は指数の計算である。松山大・薬**1**(5)は数の評価の問題である。藤田医科大・前期**1**(9)は対数の定義を利用する計算問題である。

中部大・全**20**(1)は  $\frac{3}{1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}}$  を有理化する問題で、去年の京大の問題と大差ない。

[指数関数]

慶應大・経済**3**は双曲線関数の3倍角の公式を利用した漸化式である。最近珍しい。岐阜聖徳学園大・A日程**9**は  $t = 3^{\frac{x}{2}} + 3^{-\frac{x}{2}}$  と置き換える問題。「すべて」と「ある」についての問題が獨協医大**6**にある。

青学大・社会情報**5**は置き換えて3次関数になる。

[対数関数]

慶應大・経済**5**は整数部分と小数部分を用いる問題である。置き換えて2次関数が星葉**B4**、立教大・文、経済**1**(1)にある。

明治大・情報コミュ**2**(2)は対数から始めて相加相乗平均の不等式である。

青学大・文系**1**(3)は中身の最大・最小を考える。

[桁数]

近畿大・医推薦**1**(1)は  $\log_{10} 2$ ,  $\log_{10} 5$  の小数第一位を求める問題。近似値を覚えていればたやすい。

東海大・抜粋**4**(1)は桁の情報から $\log_{10} 7$ の小数第一位を求める問題である。 $\log_{10} 7 = 0.8451$ である。桁数と最高位の数での問題が愛知学院大・抜粋**3**、北里大・理**1**(2)、東京薬大**3**にある。福岡大**6**、福岡大・理、工**13**、成城大・文系**11**は小数首位の問題。

南山大・法、国際教養**4**は $5^{1000}$ の桁数だけを与えて $5^{100}$ 、 $2^{100}$ の桁数を考えさせる。

愛知学院大・薬、歯**4**は対数と整数の問題。

[指数方程式]

愛知学院大・抜粋**4**は置き換えて2次方程式にする。解の配置になる。大同大**2**(2)、九州産業大・理系**1**(3)、東洋大**1**(2)、松山大・薬**1**(4)に指数方程式がある。龍谷大・推薦**1**(3)も解くだけだが置き換えて3次方程式になる。

[指数不等式]

早大・人科・数学選抜**3**(2)は指数不等式と対数不等式の連立である。少し珍しい。自治医大**2**、明治大・全**1**(2)は底の変換をする2次不等式。

日大・医-前期**2**、東京電機大**2**(1)、学習院大・理**1**(2)は置き換えると2次不等式で、いずれも解くだけの基本的なものである。

[対数方程式]

産業医大**2**(4)、上智大・経済**1**(2)は $\log$ の肩が重いタイプの対数方程式。北海道情報大・全**2**(4)は中身を比較する。明治大・農**2**、学習院大・理**1**(1)、名城大・薬**5**(2)は底の変換がある。

久留米大・前期**3**はかなり変な問題である。もっと普通に式を与えてほしい。

星葉大・推薦**3**(1)は底の変換をする対数方程式で、連立である。

中京大**3**は $\log$ を外すと3次方程式になり、解の配置となる。

[対数不等式]

近大・医-前期**3**、昭和大・医-2期**2**(1)、同志社大・文系**1**(4)、慶應大・看護医療**1**(3)は底の変換をする不等式である。底が1より小さい対数不等式が愛知工科大学**2**(2)にある。

上智大・文系**3**(1)は連立不等式を満たす格子点の数を数える。慶應大・環境情報**1**(2)は3つの連立方程式だが、等号が成り立つのは相加・相乗の等号成立のときになっている。

帝京大・医**4**には対数のいろいろな不等式がある。領域の図示は生徒は苦手である。

【数列】

[等差数列・等比数列]

等差数列の基本が、龍谷大・推薦**5**(3)、共立女子大・全**4**、東京工芸大・工**1**(9)、玉川大**1**(8)、京産大**5**(2)、西日本工業大**2**(3)にある。大阪工業大・理系**4**(1)は対数と、立命館大・文系**1**(2)は $n$ 進数と絡めてある。

等比数列の基本が、東京薬大**1**(2)、東京都市大・文系**1**(3)、日大・医-後期**1**(4)、星葉大・推薦**4**(1)、東北学院大・文系**6**にある。大同大**3**は公比が1回ごとに変わる問題であるが、設問の流れが悪い。意図的に外しているのか、不明であるが、(3)では(2)を無視するとよい。芝浦工大・前期**3**(2)は始点1つに対して終点が2つあるような枝分かれの個数の問題である。単純に倍々になっていくだけだが問題文が長い。数列を並べ替える系の問題は、慶應大・薬**1**(1)に等差数列を並べ替えて等比数列にする問題がある。関西学院大・文系**2**(2)は等差数列の並べ替えだが、一ひねり加えてある。東海大・医**3**は、対数との融合問題である。それなりに歯ごたえがあるか。

[和を計算する]

兵庫医大**2**、南山大・抜粋**1**(3)は格子点の個数を数える問題である。縦に切るか横に切る。三角形については特殊な数え方がある。格子点関連で言えば、北里大・理**2**(2)は正方形内の格子点の個数を数える問題である。

松山大・薬**3**は18, 14, 10, 6, 2, ... から一般項を決めるといふ、定番の欠陥問題である。5つからは決定できない。「 $n$ の多項式で表されるものとして、できるだけ次数の低いものを1つ求めよ」くらい書いた方がよい。

久留米大・推薦**5**は会話形式で予想させているが、普通に基本の分解でできる。

青山学院大・経済**1**(3)は等比数列の和を求めるだけであるが、無駄に面倒にして出題ミスになっている。お互いのために頻出問題を出した方がよい。

[その他数列]

早大・社会**3**は集合が一致するという問題で、40年前に流行した。回帰の時代である。

東海大・医**3**は、対数との融合問題で、最終的に最高位の数字までを求めさせている。

2進法的な問題が慶應大・環境情報**2**にあるが、多くの人が読まないのではないかな?

早大・商**1**(2)は何が動くのか不明な、困った問題である。

【群数列】

群数列の基本問題が、東京農大**1**(3)、産業医大**5**、明治大・農**7**、東京理科大・理工**1**(1)、関東学院大・理系**3**、成城大・文系**7**にある。昭和大・医-2期**1**(2)は一眼数列の並びに規則性がなさそうだが、あることに気付けば一瞬である。

慶應大・看護医療**3**に分数の群数列の問題がある。近大・医-前期**2**は不等式で挟むタイプの問題。久留米大・医-前期**5**はカギ型に二項係数を並べる。考えにくい。

#### 【漸化式】

同志社女子大**2**(4)、立教大・数学**1**(1)、東京女子大・文系**7**、東京女子大・数理**7**は2項間漸化式の基本である。

logをとって2項間漸化式にする問題が、星葉大・B方式**6**(2)、立教大・文系**2**、早大・商**1**(3)、津田塾大・学芸-数学**2**にある。立教大は誘導が丁寧である。早大はうまく割らないと変形できない。少し凝り過ぎでは？

金沢工大**3**は3項間漸化式の基本問題。青学大・理工**4**は誘導が丁寧である。名城大・情報工、理工**2**は3項間で階差を取ることで2項間にする問題である。東海大・抜粋**1**は $a_{n+1} = pa_n + qn + r$ の形の漸化式である。階差をとる解法で丁寧な誘導がついているが、特殊解を見つける方が遙かに早い。

連立漸化式の問題が、昭和薬大・B方式**1**(5)、岐阜聖徳学園大・A日程**7**にある。

自治医大・医**12**は漸化式を自分でたてる問題。明治大・経営**3**は偶奇で漸化式が異なるタイプの問題。

#### 【 $a_n$ と $S_n$ 】

$a_n = S_n - S_{n-1}$ を使う基本問題が帝京大・医**1**(1)、龍谷大・推薦**4**、創価大・看護**5**にある。

関西医大・後期**3**は $a_n = S_n - S_{n-1}$ を使った後、恒等式に持ち込んで $a_n$ と $S_n$ の一般項を求めるタイプである。

#### 【分数形】

1次分数形の問題が、武蔵大**1**(1)、北里大・理**1**(3)、自治医大**16**、津田塾大・学芸-英文**1**にある。

北海学園大・経済、人文**5**は分母に $n$ が入っている分数形。西南学院大**1**(3)は3項間の分数形だが、調べればわかる。

#### 【数学的帰納法】

南山大・抜粋**3**は調べることで推測してそれを示すタイプの問題である。上智大・理工**2**は整数との融合。

中央大・理工**6**は関数列の不等式を帰納法で示すタイプの問題、早大・人科・数学選抜**4**も関数列で最小値を求める問題であるが、こちらは方針が定めにくい。

#### 【平面のベクトル】

慶應大・看護医療**2**(1)は正六角形で交点を求める問題である。

上智大・文系**2**はベクトルの考察というより、座標上の点の動きを考察する確率の問題である。

東海大・医**1**(7)は基底の変換の問題である。私の主張は、ベクトルの本質は基底を適切に定めて考察することであり、その意味で「日本ではベクトル教育は行われていない」と常々主張をしているが、相変わらず今年もこういった出題は少ない。

#### 【内積】

内積の基本問題が、日大・医-前期**1**(2)、日大・医-後期**1**(5)、西南学院大**2**(1)、金沢工大**1**(5)、愛知大**1**(1)、明治大・農**1**、北海道情報大・全**1**(5)、城西大・数学**3**(1)にある。

明治大・政治経済**1**(3)、日本女子大・人間**1**は内積を成分で計算する問題。

#### 【ベクトルと図形(平面)】

早大・社会**2**は三角形で垂心の問題である。兵庫医大**1**(1)、東京女子大・文系**2**、立教大・文系**3**は三角形で垂線を下ろす定型問題である。青学大・理工**3**は円に内接する長方形重心を計算する問題であるが、少し目新しい。

東京薬大・薬**9**、摂南大**2**、東京農大**6**は「3つのベクトルの等式で関係を与えて2つが直交する」形になり、面積などを考える定番で、直交座標を導入すると考えやすい。大工大・理系**4**(2)は最終的に角度を考察する。これと同系統の問題が、愛知医大・医**1**(3)、東京理科大・理**1**(3)、学習院大・理**2**にある。これらは直交は出てこない。

武蔵大**1**(2)は、比を $s:1-s$ と置いて求める定番の問題。昭和薬大・B方式**1**(6)は円のベクトル方程式の問題。星葉大・B方式**6**(1)はアポロニウスの円である。

星葉大・推薦**4**(2)は内積の計算で大きさの2乗を消す問題である。明治薬大・公募**4**は三角形で長さなどを扱う。直角三角形内で内積や面積の計算が東京薬大・生命科学**2**にある。

藤田医科大・ふじた未来**3**は図形的センスが問われる問題である。学習院大・文**4**は面積の最小値を相加相乗を使って評価する問題。珍しいか。川崎医大**2**は、平行四辺形と円が組み合わさった図形における面積を求める問題。手間がかかる。埼玉医大・前期**3**は長方形と三角形が組み合わさったような図形を考える。これは座標を置いて考えた方が考えやすい。図形問題は武器をうまく

14

使いたい。

## 【空間ベクトル】

立教大・文系**1**(6)は基本的な演算の問題。

[空間ベクトルの内積]

内積計算の基本問題が、龍谷大・推薦**6**、藤田医科大・後期**1**(6)、東洋大**1**(5)、産業医大**2**(9)、東北学院大・工**1**(2)にある。青学大・文系**3**は、内積計算だけでなく点の存在範囲も考察をさせるおまけつきである。自治医大・医**9**は座標を置けば成分での内積計算に持ち込めるので楽。昭和大学・医-1期**2**は、内積計算後に  $\tan$  で対称式のような考察を行う問題である。

[ベクトルと図形(空間)]

東京理科大・理工**1**(3)は、辺がそのまま高さになる簡単な四面体の求積問題である。東京工芸大・工**1**(10)は、正四面体が立方体の座標で与えられているので、上手く使いたい。慶應大・環境情報**3**、青学大・社会情報**3**、津田塾大・学芸-国際**2**は四面体で平面に垂線を下ろす問題である。北里大・理**3**は四面体で交点を求める。北里大・薬**4**は正四面体で、体積などを考える問題である。近畿大・医-後期**1**は四面体で等式を与えて位置を読む問題である。三角形で面積比を求める。摂南大・抜粋**4**(1)は空間版メネラウスを使うと早い。久留米大・後期**4**は四面体で線を引きまくっているが、少し整理していただきたい。慶應大・理工**4**は平行六面体である。計算量は適度である。武庫川女子大・推薦**3**は正三角錐に関する問題。早大・理工**3**は京大的な四面体の論証である。

## 【空間座標】

[直線の方程式]

東海大・医**1**(6)は点と直線の距離で考察するのが一番早いだろう。聖マリアンナ医大・医-後期**1**(2)は推薦の長さを求める基本的な問題。共通垂線の問題が、東京農大**3**、立教大・数学**1**(5)にある。空間の折れ線の長さを最小にするために、言い換えをする(本書では平面上の折れ線に言い換えている)問題が早大・商**3**、大阪医薬大・前期**2**にある。数学 III の微分をすると計算量が多い。

[平面の方程式]

明治薬大・前期**1**(3)、中部大・全**4**は基本的な計算問題。藤田医大・後期**1**(6)は法線ベクトルを求めるだけの問題である。青学大・経済**2**(1)、東京女子大・数理**3**は平面の切片形で原点との距離を求める問題である。青学のようなこれくらいシンプルなものでも十分試験になるはずである。福岡大・理**2**(1)も切片形の問題。東京医大・医**3**は点と平面の距離を使う。平面に垂線を下ろす問題が北里大・医**1**(3)、岡山理大・獣医**3**、東京理科大・薬**2**、明治大・理工**1**(2)、関西学院大・理系**3**、関大・理系**3**、近大・理工、法、他**3**、南山大・理工**2**にある。松山大・薬**2**は問題文に空間座標はないが、座標を導入して解きたい。早大・人科**3**は直方体に座標を設定して平面の方程式を考えよう。東京理科大・C方式**4**は平面に対する対称点を取って、折れ線の最小値を求める問題。慶應大・経済**4**は対称点を多くとるのでこんがらがらないようにしたい。大工大・理系**2**(1)、東京都市大・文系**1**(5)は四面体で直線と平面の交点を考える。名城大・情報工、理工**3**は空間内で円を考える。

[球面の方程式]

獨協医大**2**は球面内の四面体に関する問題。名城大・薬**7**は球と軌跡に関する問題。東京女子大・文系**6**球の接点を求める問題である。

[図形と空間座標]

東海大・抜粋**5**は正四面体と正八面体である。正八面体を直交3軸に埋め込むことを知らない人は多い。大阪医薬大・後期**3**は円錐面の方程式を求める問題。

## 【数学 II の微分法】

愛知学院大・抜粋**2**は  $x=3$  の周りに展開すると易しい。以前京大が1974年第4問などに出題した。龍谷大・推薦**7**は微分可能性の問題。真面目にやると少し面倒。聖マリアンナ医大・医**1**(3)は微分を使った多項式の除法。東海大・医**1**(2)は微分係数の定義そのものの極限である。

[接線と極値]

明治大・全**1**(1)は放物線の接線と法線である。藤田医大・未来**1**(11)は  $y=x^3$  で接線を引くだけの問題であるが、基本的な試験問題としては大変よい。こねくり回した無駄に長い問題より、何倍もよい。松山大・薬**1**(8)は見かけの3次関数の極値である。3次の係数の符号が不明であるから、形が2つある。早大・人科**3**は3次関数の決定である。広島修道大**3**は極値の幅を指定された問題。

[最大値・最小値]

近畿大・医-後期**3**は基本対称式の計算と微分の問題

である。

愛知大**2**は直方体の体積の最大値だが、逆手流の考え方をを使う。

甲南大・共通**5**は文字定数の入った3次関数の最大・最小である。

兵庫医大**1**(5), 昭和薬大・B方式**1**(2), 東京農大**2**, 北里大・薬**3**, 福岡大・医**1**(1)は三角関数で置き換えて3次関数の問題である。東京女子大・数理**2**はlogの中身が3次関数になる。金沢工大**4**は対数関数で置き換えて3次関数の問題である。青山学院大・経済**1**(2)は面積の二等分から、基本対称式の計算をして積を主役とした最大・最小問題である。

久留米大・後期**3**は3数の基本対称式で、普通は $xyz$ の値域を求めるところを、 $x^2yz$ の値域を求めるという問題である。そのため、これは2次関数の平方になっており、実質2次関数である。自治医大**15**は球に内接する円柱である。

東京薬大・生命科学**3**は極値の差を考える。

[方程式・不等式への応用]

中央大・法**3**は接線が1本引ける問題、同志社大・文系**1**(2)は接線が2本以上引ける問題である。慶應大・薬**1**(2), 北海道情報大**7**は3次関数で「文字定数は分離せよ」の問題である。学習院大・文**2**は特定の範囲で常に成り立つ不等式の問題だが、少し洒落ていてよい。

### 【数学 II の積分】

[積分の計算]

藤田医大・前期**1**(7)は式に驚くが、ルートが外れるとよくある計算である。

[定積分で表された関数]

「定積分は定数」が青山学院大・経済**1**(2), 立教大・文, 経済**1**(6), 藤田医大・後期**1**(10), 慶應大・商**1**(2), 広島工業大**4**, 東海大・医**1**(3)にある。両辺を微分する型の積分方程式が成城大・文系**2**にある。

[その他]

東京薬大**3**は極値の差に積分を利用する解法が書いてある。

### 【数学 II の面積】

[2次関数]

6分の1公式の問題が明治薬大・公募**3**, **4**, 藤田医大・未来**1**(9), 星薬大・推薦**3**(2), 慶應大・薬**2**, 学習院大・法**4**, 東京女子大・文系**3**, 関東学院大・理系**2**にある。

12分の1公式が、北里大・獣医**2**, 早大・商**1**(4)にある。

慶應大・商**3**, 関大・文系**3**は真面目に計算するしかない。明治大・農**5**は2つの放物線と共通接線の間の面積である。

[3次関数]

12分の1公式が、明治薬大**3**, 慶應大・看護医療**4**にある。聖マリアンナ医大・医-後期**4**は3次関数と直線で囲む2つの部分の面積の和で、計算を工夫する。

[4次関数]

明治大・全**2**は4次関数のグラフと直線で囲む面積である。昭和薬大・医-2期**3**は4次関数とその複接線の間で囲む面積である。

### 【数学 II 微積分の融合】

北海学園大**4**は6分の1公式と、積分するしかない問題の融合である。芝浦工大・前期**3**(1)は微積分の基本定理である。

北里大・薬**5**は12分の1公式を2回使って、その面積の和を計算する。面倒である。

慶應大・総合政策**2**は絶対値で積分して微分の問題である。

慶應大・経済**6**は最大で候補を挙げて考えると手際がよい。

### 【不等式の証明】

埼玉工業大・人間**7**は不等式を辺ごとに足したりかけたりして2変数関数の値域を求める。

[相加相乗平均の不等式]

相加相乗平均の不等式が愛知工科大**2**(2), 東京農大**5**, 明治薬大・公募**2**藤田医大・未来**1**(1), 昭和薬大・医-2期**2**(3)にある。

慶應大・環境情報**1**(1)は4数の相加相乗平均の不等式である。(2)はその応用であるが、ヒネリが効いている。

[Jensen の不等式]

中部大・抜粋**9**はJensenの不等式である。東京理科大・数物化**3**は凹凸の不等式を避けているが、凹凸の不等式ならあつという間である。

[コーシー・シュワルツの不等式]

藤田医大・未来**1**(7)はコーシー・シュワルツの不等式である。

### 【極限】

[数列と極限]

無限級数の基本が東海大・抜粋**4**(2)にある。定義に従うことができない人が増えている。藤田医大・前期**2**や東京理科大・C方式**5**は $a_n$ と $S_n$ のかかわる漸化式

の極限である。

[漸化式と極限]

慶應大・理工**1**(2)は力学系漸化式と不等式であるが、方針に戸惑う。昭和大・医-1期**1**(1)は変な問題。一般項を与えて漸化式を作らせるが、最後の極限では結局一般項を使うのが最短。大阪医薬大・前期**1**は分数関数の力学系である。

[関数の極限]

東京薬大**3**(1)は基本的な関数の極限である。

[無限級数]

津田塾大・学芸-数学**3**は無限等比級数の条件から等比数列を決定させた後に、極限を求めるが、本質的には  $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$  を示しているだけなので、結果は見えている。大阪工大・理系**2**(2)は無限等比級数が収束する条件を答えさせる問題。順天堂大・医**1**(3)も差分を作る基本的な問題だが、少し計算がめんどくさい。

東海大**4**(2)は等比数列と  $\cos$  の積の無限和を考える。4つ区切りにして考えるか、複素数の実部として考えるか。

甲南大・理系**4**は  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$  に関する問題で、前半は部分分数分解、後半は  $e$  の定義を使うことになる。

[図形と極限]

久留米大・医-前期**2**や日本医大・後期**3**は次々に垂線を下ろしていき、その長さや面積を考える問題。考え方は難しくないから、計算を慎重に行う。

[確率と極限]

同志社大・理系**1**(1)は反復試行の確率と極限の問題だが、標準的である。甲南大**4**は2項間漸化式を立てて一般項を求め、その極限を求めるよくある問題であるが、文字定数が  $p, q$  の2つあるから少し計算がしにくい。

【関数】

[逆関数]

順天堂大・医**3**は逆関数を求めた後、それらの和を考える問題で、良問である。本番でも差がついたのではない。

【数学 III の微分法】

兵庫医大**3**は  $\log$  を用いた関数であるが、類題を微妙に外している。慶應大・医**1**(3)は三角関数の微分の基本問題である。無理関数の微分が愛知医大**1**(4)にある。極値で場合分けが起こる。愛知医大・推薦**2**, 甲南大**2**(2)は微分係数の定義である。言い方を変えるならロピタルの定理が使える問題である。中部大・全**13**

は  $5^{x^3}$  の微分。まさか  $x^3 \cdot 5^{x^3-1}$  ではない。中央大・理工**3**は関数列と微分の問題である。

立教大・理2月6日**1**(3)は  $x^{\frac{1}{n}} \log x$  の極値と無限級数の問題である。計算は基本的である。

藤田医大・後期**1**(9)は陰関数での微分である。藤田医大・後期**2**は導関数の定義である。こうしたことをキチンと書くことができることは重要である。生徒に書かせると  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  としか書かない人がほとんどである。違うんだなあ。式はあっても、話の成り立ちが違う。藤田医大・前期**1**(10)は逆関数の微分である。

[連続性]

大阪工大・理系**3**は場合分け関数が  $x=0$  で連続となるように定数の値を定める。

[接線・法線]

早大・理工**1**は円の接線と座標軸で囲む三角形の面積の最小である。早大・教育**3**は放物線に長さ1の法線を立てる問題で、かつて、40年以上前に大流行した問題である。回帰の時代である。

大阪医薬大・前期**3**はカタナリーと直線が接する問題。計算は少し大変だが標準的である。

[関数の増減・凹凸・極値]

立教大・数学**1**(3)は  $n$  番目の極小値をとる  $x$  の値と、それらの和を求める問題である。愛知医大・医**1**(4)は  $\sqrt{x^2+a}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}$ などを微分して増減を調べる。基本的な増減が龍谷大・推薦**3**, 東京電機大**1**(1)にある。

日本医大・前期**4**はベクトルの問題で、最後に増減を調べる必要があるが、微分する前までで十分計算が重たい。しかも、単調に減少するだけという面白くない結果。勘弁してくれ。

福岡大・推薦**1**(4)は2階微分したあと代入する。次数下げしないと厳しい。埼玉医大・後期**1**(1)は3次関数の変曲点で易しい。

[最大値・最小値]

自治医大**13**は分数関数の最大・最小である。微分が普通であるが、判別式の利用等もある。分数関数の微分をすると、安田の定理を使わないと大変。青山学院大・理工B**4**は分数関数の問題であるが、それを導く手際の良さも問題である。

早大・人科**4**は空間でフェルマー点を考える問題である。ちょっと、こねくり回し過ぎである。

獨協医大**8**は微分は極値を持つ条件などの問題であ



るが、色々工夫できる点があって、練習問題に良い。明治大・総合数理**1**(2)は対数微分をして最大値を求める基本問題である。

[不等式への応用]

日大・医-前期**2**は増減を調べるだけの基本的な不等式の証明。 $\frac{\log x}{x}$ を用いる問題が上智大・理工, 経済**1**(3)にある。

誘導付きの不等式の証明が東京理科大・理**3**にあるが、Jensenの不等式を使うと本当は早い。

### 【数学 III の積分】

[基本関数の積分]

立命館大・後期**4**(1)は部分分数分解をする不定積分である。分数関数の定積分が愛知工科大**4**にある。 $(ax+b)^n$ の積分が日大・医-前期**1**(1), 三角関数の基本の積分が日大・医-前期**1**(2), 絶対値の積分が明治大・数 III**1**, 立教大・数学**1**(3), 藤田医科大・前期**1**(7)にある。

[特殊基本関数]

特殊基本関数が日大・医-前期**1**(4), 甲南大**2**(1)

順天堂大・医**1**(1)は $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$ と $\frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$ をセットにして求める問題。

[部分積分]

東京理科大・理**1**(1)はベータ関数で、部分積分をする。日大・医-前期**3**は三角関数と多項式の積の形の積分である。日大・医-前期**1**(3)はlogの積分。津田塾大・学芸-数学**1**(2)は瞬間部分積分をする。

[置換積分]

置換積分の色々なパターンが東京理科大・C方式**3**, 関東学院大・理系**5**(2)にある。

[定積分で表された関数]

東京理科大・先進工**3**は定積分を定数として扱う。加法定理で展開するから2つ項が出てくる。東京理科大・先進工**3**は連立の積分方程式である。

[ $\log(n+1)$ 問題]

[その他積分]

青山学院大・理工 B**5**は漸化式との融合問題であり、手際の良さが求められる。大阪医薬大・後期**4**は $\tan^n x$ で漸化式を作る。

日本医大・前期**3**は減衰振動の問題。極限を求めるだけなら実際に積分しなくても良いのだが、誘導があるせいで部分積分を強いられる。

### 【面積】

[三角関数]

東京女子大・数理**8**は $y = x \sin x$ と $x$ 軸で囲む部分の面積。そのほかには名城大・情報工, 理工**4**, 明治大・理工**2**, 慶應大・医**1**(3), 津田塾大・学芸-数学**4**は三角関数絡みの面積。北里大・医**1**(2)は絶対値で積分する。

[分数関数と無理関数]

青山学院大・理工 A**5**は凹凸の後面積である。本問は奇関数であるが、凹凸を調べる時、 $x \geq 0$ だけ調べる人がいるが、そのとき $x = 0$ が変曲点であることを忘れる人がいる。というか、高校時代の私自身がそうであった。だから、無駄に見えても実数全体で増減表を書いた方がいい。自治医大**14**は斜めの楕円の面積である。普通に解いて積分である。そのほか、関西医大・後期**2**, 津田塾大・学芸-数学**8**, 日大・医-後期**3**は差の分数関数絡みの面積。

自治医大・医**14**は斜め楕円の面積を求める問題である。東京理科大・理工**3**は直角双曲線と2線分で囲む面積。

[指数関数]

東北学院大・工**4**は変曲点における接線で囲まれた面積を求める。南山大・理工**3**は指数関数と三角関数で囲む部分の面積。

[対数関数]

福岡大・推薦**2**は対数関数と接線で囲まれた部分の面積で標準的。

関西学院大・理系**4**は対称性を利用して求める。

福岡大・医**3**は複雑な関数の面積だが、誘導に乗ると計算量を減らせる。意外と難しい。

[パラメータ表示]

芝浦工大・抜粋**1**に円の伸開線の面積がある。扇形近似で求めるのがよい。久留米大・後期**5**は2円上の動点から無理に作った感じがする。

[その他]

### 【体積】

[ $x$ 軸回転]

芝浦工大・前期**4**に双曲線と接線で囲む部分を回転してできる立体の体積がある。東京理科大・数物化**2**の体積は $x$ 軸が中を通過するから、 $x$ 軸に関して折り返して考える。ただし、上側には出ない。青山学院大・理工**2**は $\tan x$ で回転体の体積である。東京理科大・理工**3**, 成蹊大・理工**2**はともに $y = \frac{\log x}{\sqrt{x}}$ の回転体。

幾つもの球の体積が慶應大・環境情報**4**にある。簡単に伝わり、少し考えないといけない。良問である。

甲南大**6**は2つの球の共通部分だが、 $x$ 軸周りの回転

体として考えればなんてことない。芝浦工大**2**は線分の通過領域の回転体がある。包絡線を回転させる。

[ $y$  軸回転]

立教大・理2月6日**3**, 金沢医大**3**, 日大・医-前期**6**の $y$ 軸回転は $x = (y$ の式)と解き直す典型である。

$\log x$ と接線で $y$ 軸回転を考える問題が東京薬大**5**(3)にある。

[斜回転]

津田塾大・推薦**2**は誘導のしっかりとした斜回転である。

[バウムクーヘン分割]

神奈川大・給費生**3**はバウムクーヘン分割が早い。

藤田医大・前期**3**は写像の後回転体である。写像では逆水流でなく、直接動かす。写像はいつも逆水流だと思っていると大間違いである。

[その他]

回転一葉双曲面が出てくると思った愛知医大・推薦**3**は実は円錐台であった。東京慈恵医大**4**は昨年からの流行である円板の回転体である。

[パラメータ表示]

早大・理工**5**は $(-y, x) = ((1+c)c, (1+c)s)$ とすると, $y$ 軸を始線とする $r = 1 + \cos \theta$ と分かるから、微分しなくても概形は分かる。また、極座標の回転体の公式を使うと求積計算など、極端に短くなる。早大・教育**4**のリサーチ図形は計算も多く難しい。

[非回転体]

慶應大・医**4**は座標空間で四面体の体積を積分を用いて求めさせている。

兵庫県立大・理工**5**は不等式で与えられた領域の体積。昭和大・医-1期**3**は球の中心が三角形の辺上を動くときの球の通過領域である。東京理科大・工**2**は正三角形の第3の頂点を立てて、動かす。

### 【数学 III の微積分総合】

慶應大・医**3**は分数関数で微分や積分を扱う。

早大・人科・数学選抜**5**は定積分で表された関数で、微分して積分する。計算の分量も多い。

北里大・医**1**(2)は $|\sin t|$ を幅 $\frac{\pi}{2}$ で積分して最大・最小である。北里大・医**2**, 大同大**4**(2)はシグマを積分で評価する問題。

慶應大・理工**3**は「絶対値で積分して微分」的であるが, $f$ が具体的でなく、戸惑う。受験雑誌「大学への数学」でいうところの「はみ出し削り」である。このタイプが今年は流行していて、津田塾大・推薦**4**, 日大・医-後期**5**, 東京慈恵医大**2**にもある。

### 【区分求積】

中央大・理工**3**は積分をさらに挟んで区分求積である。中部大・抜粋**5**, 神奈川大・給費生**1**(7), 産業医大**2**(3)は典型的な区分求積の計算問題である。愛知医大**3**は整数の個数から区分求積に持ち込む問題。最初から不等式で与えられている。

### 【速度・加速度・弧長】

[弧長]

芝浦工大・前期**1**(3), 獨協医大**7**に等角螺線の弧長がある。中部大・全**15**は $y = x^{\frac{3}{2}}$ の弧長。

久留米大・医-前期**4**に $r = \theta^2$ の弧長がある。極座標の弧長の公式は有名とはいえない。

早大・人科**5**, 慶應大・理工**5**は内サイクロイドの弧長である。

聖マリアンナ医大・医**3**はカタナリーの弧長, 明治大・数III**3**はカージオイドの弧長である。

### 【2次曲線】

[放物線]

[楕円]

楕円領域の最大最小問題が藤田医大・前期**1**(6)や慶應大・医**1**(2)にある。どちらも円に変換するとよい。大同大・理系**1**(2)も楕円でいろいろな最大・最小を求める。

愛知医大**2**は楕円に外接する長方形の定番の問題である。いつもと違うのは、直線が $ax + by + c = 0$ 形で与えられていること。普通は傾きが与えられている。

立命館大・後期**3**は、楕円や放物線の法線が角の二等分線になるという問題である。

[双曲線]

成蹊大**1**(2)は漸近線と通過する点から分数関数の式を決定する問題である。青山学院大・社会情報**3**は双曲線の接線と法線である。関西大・理系**1**(2)は双曲線の漸近線と楕円の接線について問われる問題である。

[極座標]

放物線の極方程式を取り扱う問題が、大阪医薬大・後期**2**や日大・医-後期**6**にある。甲南大**6**は楕円の極方程式を求める。東北医薬大**3**は極方程式で表された楕円について問う問題である。

東京薬大**5**(2)は、珍しい直線の極方程式を問う問題である。

### 【複素数平面】

[複素数の計算]

$z$ が虚数のとき, $\sqrt{z}$ は、高校では定義されない。大

学の複素関数論では、 $z$  が虚数のとき、 $\sqrt{z}$  は 2 価関数 (同時に 2 つの値をとることを学ぶ。高校の知識の延長で、勝手に自分で拡張してはいけない。もし、それが許されるなら、 $z$  が虚数のとき、 $\log z$  や  $e^z$  も同じように勝手に拡張してよいのかということになる。たとえば、 $(1+i)^2 = 2i$  であるから、 $\sqrt{i} = \pm \frac{1+i}{\sqrt{2}}$  と定める、なぜこうなっているのかという理由は数学の歴史を知らないといけな。長きに渡る数学者の試行錯誤の歴史がある。藤田医大・後期**1**(7) は、信じられない出題ミスである。出題者は大学で複素関数論を学んでいないと想像される。藤田医大は、ついに、外注 (出題者が外部の会社の人) になっている可能性がある。

[ バーの計算 ]

津田塾大・学芸-数学**1**(1) は  $x, y$  に直して計算するのが早い。明治大・総合数理**1**(3)、産業医大**2**(6) は計算でもできるが、図形的にみると多少手間が減る。

昭和大・医-2 期**1**(1) は実数になる条件を考える問題。

関西医大・前期**1** は複素数を用いて相関係数を計算するという目新しい問題。

[ ド・モアブルの定理 ]

日大・医-前期**1**(5)、上智大・理工、経済**1**(2)、東京医大・医**1**(3) は基本的な計算である。青山学院大・理工 B**2** はド・モアブルを利用した計算であるが、「何を狙っているのか分からない」問題である。中部大・抜粋**3** は  $z^n + \frac{1}{z^n}$ ,  $z^n - \frac{1}{z^n}$  を求める問題である。東京女子大・数理**5** は  $z$  について解いてから極形式にする。

東京電機大**2**(2)、関東学院大・理系**5**(1)、久留米大・後期**2** は  $z^n = \alpha$  の方程式を解くタイプの問題で典型である。

東京理科大・薬**3** は複素数で等比数列の和を考える問題。

早大・教育**2** の  $n$  乗で閉じている複素数の集合の問題は、答えが分かっても、論証が難しい。

[ 回転で移動 ]

同志社女子大**3** の計算は凄い。回転移動すると、驚くほど簡単である。東京理科大・理**2**、大阪医薬大・後期**1**(2) は正三角形の第 3 の頂点を回転で求める。

[ 複素数と図形 ]

自治医大**6** は円と点の距離の問題である。藤田医大・前期**1**(8) は角を求める問題であるが、 $\arg$  から求める。東京電機大**1**(2)、同志社大・理系**1**(2) はアポロニウスの円で計算がどうしても膨らむ。上智大・理工**1**(1) は複素数を複素平面上の点として考えて図形的

に最大・最小を考える。

[ 複素写像 ]

反転  $w = \frac{1}{z}$  が中部大・抜粋**3** にある。城西大・数学**4**(2)、立教大・数学**4** は 1 次分数変換である。アフィン変換  $w = az + b$  が兵庫医大**1**(4) にある。関西医大・前期**3** は  $w = z^2$  と  $w = -\frac{1}{z}$  の交点を求めるという問題である。

**【執筆者と作業者を募集します】**

本書は、学生と高校教員、予備校講師などに解答を書いてもらい、それを検討し、 $\text{T}_\text{E}\text{X}$  でタイプセットしました。各大学の最後に名前があるのは、その問題に関わった人達の氏名です。解法や表記で意思統一を図り、最終的には安田が全てに目を通しました。そのために作業が遅くなっており、理想は、5月初旬刊行です。

力を貸してやろうと思われる方がおられましたら、  
hocsom@gmail.com  
までメールをください。

業務は解答の執筆、他の人の解答の検討、 $\text{T}_\text{E}\text{X}$  のタイプセット、数式処理ソフトを用いたグラフ作成と Adobe イラストレータによる図版作成、pdf の校正のうち1つ以上の業務です。