

(1) t を実数とし、点 $P(t, t^2 + 1)$ から直線 $l: y = x$ に下ろした垂線と l の交点を Q とする。 Q の x 座標を t の式で表すと \square であり、線分 PQ の長さは $t = \square$ のときに最小となる。 (20 工学院大・S 日程)

1 (1) **数学Ⅱ**【直線の方程式】**基本**

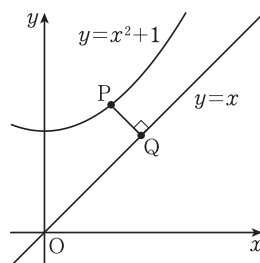
▶解答◀ Q の x 座標を u とすると、 PQ の傾きは -1 であるから、

$$\frac{(t^2 + 1) - u}{t - u} = -1$$

$$t^2 + 1 - u = u - t$$

$$u = \frac{t^2 + t + 1}{2}$$

である。



また、 P と l の距離は

$$\frac{|t - (t^2 + 1)|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left(t - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{3}{4} \right\}$$

であるから、 $t = \frac{1}{2}$ のとき最小になる。