

1. 関数

$$f(x) = |x+2| + ||x-1|-2| + |x-3|$$

を考える.  $x < -2$  のとき  $f(x) = -\square x$  であり,  $-2 \leq x < -1$  のとき  $f(x) = -\square x + \square$  である. また,  $a$  を正の実数の定数とし, 区間  $0 \leq x \leq a$  における  $f(x)$  の最大値を与える  $x$  の個数がちょうど 2 個であるとき,

$a = \frac{\square}{\square}$  であり, そのときの  $f(x)$  の最大値は  $\square$  である. (24 中京大)

2. 関数

$$f(x) = |x+2| + ||x-1|-2| + |x-3|$$

を考える.  $x < -2$  のとき  $f(x) = -\square x$  であり,  $-2 \leq x < -1$  のとき  $f(x) = -\square x + \square$  である. また,  $a$  を正の実数の定数とし, 区間  $0 \leq x \leq a$  における  $f(x)$  の最大値を与える  $x$  の個数がちょうど 2 個であるとき,  $a = \frac{\square}{\square}$  であり, そのときの  $f(x)$  の最大値は  $\square$  である.

(24 中京大)

**考え方** 絶対値の中が 0 になるところの前後で絶対値の外れ方が変わり, そこで線が折れる. その点を求めると, 落ち着く.

$$x+2=0, x-1=0, x-1=\pm 2, x-3=0$$

$$x=-2, x=1, -1, 3,$$

まず  $|x-1|$  の絶対値を外しておく.

**▶解答◀** (ア)  $x \leq 1$  のとき.

$$f(x) = |x+2| + |1-x-2| + |x-3|$$

$$= |x+2| + |x+1| + |x-3|$$

$x \leq -2$  のとき

$$f(x) = -(x+2) - (x+1) - (x-3) = -3x$$

$-2 \leq x < -1$  のとき

$$f(x) = (x+2) - (x+1) - (x-3) = -1 \cdot x + 4$$

(イ)  $1 \leq x$  のとき.

$$f(x) = |x+2| + |x-1-2| + |x-3|$$

$$= x+2+2|x-3|$$

$1 \leq x \leq 3$  のとき

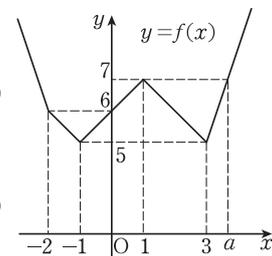
$$f(x) = x+2+2(3-x)$$

$$= 8-x$$

$x \geq 3$  のとき

$$f(x) = x+2+2(x-3)$$

$$= 3x-4$$



最大を与える点は, 区間の端点または極大を与えるもので,  $x=0$  は最大を与えないから, 最大が 2 点で与えられるのは  $x=1, x=a$  のときである. 最大値  $= 3a-4=7$  のときで  $a = \frac{11}{3}$

なお図は直線の傾きは変えずに縦位置を少し移動してある.