

1. 関数

$$f(x) = |x+2| + ||x-1|-2| + |x-3|$$

を考える. $x < -2$ のとき $f(x) = -\square x$ であり, $-2 \leq x < -1$ のとき $f(x) = -\square x + \square$ である. また, a を正の実数の定数とし, 区間 $0 \leq x \leq a$ における $f(x)$ の最大値を与える x の個数がちょうど 2 個であるとき,

$a = \frac{\square}{\square}$ であり, そのときの $f(x)$ の最大値は \square である. (24 中京大)

2. 関数

$$f(x) = |x+2| + ||x-1|-2| + |x-3|$$

を考える. $x < -2$ のとき $f(x) = -\square x$ であり, $-2 \leq x < -1$ のとき $f(x) = -\square x + \square$ である. また, a を正の実数の定数とし, 区間 $0 \leq x \leq a$ における $f(x)$ の最大値を与える x の個数がちょうど 2 個であるとき, $a = \frac{\square}{\square}$ であり, そのときの $f(x)$ の最大値は \square である.

(24 中京大)

考え方 絶対値の中が 0 になるところの前後で絶対値の外れ方が変わり, そこで線が折れる. その点を求めると, 落ち着く.

$$x+2=0, x-1=0, x-1=\pm 2, x-3=0$$

$$x=-2, x=1, -1, 3,$$

まず $|x-1|$ の絶対値を外しておく.

▶解答◀ (ア) $x \leq 1$ のとき.

$$f(x) = |x+2| + |1-x-2| + |x-3|$$

$$= |x+2| + |x+1| + |x-3|$$

$x \leq -2$ のとき

$$f(x) = -(x+2) - (x+1) - (x-3) = -3x$$

$-2 \leq x < -1$ のとき

$$f(x) = (x+2) - (x+1) - (x-3) = -1 \cdot x + 4$$

(イ) $1 \leq x$ のとき.

$$f(x) = |x+2| + |x-1-2| + |x-3|$$

$$= x+2+2|x-3|$$

$1 \leq x \leq 3$ のとき

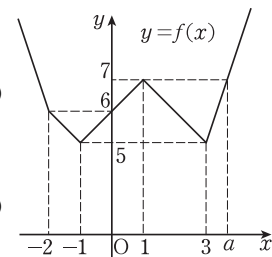
$$f(x) = x+2+2(3-x)$$

$$= 8-x$$

$x \geq 3$ のとき

$$f(x) = x+2+2(x-3)$$

$$= 3x-4$$



最大を与える点は, 区間の端点または極大を与えるもので, $x=0$ は最大を与えないから, 最大が 2 点で与えられるのは $x=1, x=a$ のときである. 最大値 $= 3a-4=7$ のときで $a = \frac{11}{3}$

なお図は直線の傾きは変えずに縦位置を少し移動してある.