

132. 下表は5人の生徒(A, B, C, D, E)の勉強時間とテストの得点を示している。

生徒	A	B	C	D	E	平均値
勉強時間(時間)	2	5	1	3	4	3
得点(点)	78	80	74	76	82	78

このとき、勉強時間とテストの得点の共分散は□であり、相関係数は□である。

(25 明海大・文系)

▶解答 ◀ 勉強時間、得点の分散をそれぞれ s_x^2, s_y^2 , 共分散を s_{xy} , 相関係数を r とする。勉強時間の偏差は $-1, 2, -2, 0, 1$, 得点の偏差は $0, 2, -4, -2, 4$ だから、

$$s_x^2 = \frac{1}{5}(1+4+4+1) = 2$$

$$s_y^2 = \frac{1}{5}(4+16+4+16) = 8$$

$$s_{xy} = \frac{1}{5}\{-1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + (-2) \cdot (-4)$$

$$+ 0 \cdot (-2) + 1 \cdot 4\} = \frac{16}{5} = 3.2$$

$$s_x = \sqrt{2}, s_y = 2\sqrt{2} \text{ より}$$

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{3.2}{\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} = 0.8$$

【順列】

《辞書式(B10)》

133. Tが3つ、Oが2つ、IとRが1つずつの7文字を並び替えて、例えばTOTTORIのように、いろいろな文字列を作ることを考える。このようにしてできたすべての文字列を辞書のようにアルファベット順に並べる。これらの文字列について、以下の問に答えよ。

- (1) 最初の文字列を求めよ。
- (2) 全部で何通りの文字列ができるかを求めよ。
- (3) 最初から20番目の文字列を求めよ。
- (4) RIOOTTTは最初から何番目の文字列であるかを求めよ。(25 公立鳥取環境大・環境, 経営)

▶解答 ◀ (1) IOOTTTTである。

$$(2) \frac{7!}{3!2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2} = 420 \text{ 通り}$$

(3) IOで始まる文字列は $\frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20$ 個あるから、求めるものは IOTTTRO である。

(4) Iで始まる文字列は $\frac{6!}{3!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{2} = 60$ 個ある。Oで始まる文字列は $\frac{6!}{3!} = 120$ 個ある。この次がRIOOTTTであるから、 $60+120+1=181$ 番目である。

《基本(A3)☆》

134. O, T, A, R, Uの5文字をすべて用いて1列に並べるとき、母音O, A, Uがこの順序である並べ方は全部で□通りである。ただし、O, A, Uは隣り合わなくてもこの順に並んでいればよいものとする。(25 小樽商大)

▶解答 ◀ 3個の□とT, R(合計5個)を左右一列に並べると、 $\frac{5!}{3!}$ 通りの列がある。たとえば□, □, □, T, Rになるとき、□に左からO, A, Uを入れると考える。求める列の個数は $\frac{5!}{3!} = 20$ 通り

《包除原理(B15)☆》

135. K, A, I, Y, O, D, A, Iの8文字を使ってできる文字列について、次の問に答えよ。ただし、同じ文字は区別せず、また、8文字のうち子音はK, Y, Dである。

- (1) 8文字すべてを使ってできる文字列はいくつあるか。
- (2) 8文字すべてを使ってできる文字列のなかで、同じ文字が少なくとも1組は隣り合うものはいくつあるか。
- (3) 8文字すべてを使ってできる文字列のなかで、どの子音も隣り合わないものはいくつあるか。(25 東京海洋大・海洋科, 海洋環)

▶解答 ◀ (1) A, A, I, I, K, Y, O, Dの順列は $\frac{8!}{2!2!} = \frac{40320}{4} = 10080$ 通りある。

(2) 「Aが隣り合う」列の集合をAとし、Iも同様に定める。隣り合う文字をAAのように、ひとかたまりにして表す。AA, K, I, Y, O, D, Iの順列は $n(A) = \frac{7!}{2!} = 2520$ 通りある。まったく同様にして $n(I) = 2520$ 通りある。

また、AA, II, K, Y, O, Dの順列は $n(A \cap I) = 6! = 720$ 通りある。したがって

$$\begin{aligned} n(A \cup I) &= n(A) + n(I) - n(A \cap I) \\ &= 2520 \cdot 2 - 720 = 4320 \end{aligned}$$

同じ文字が少なくとも1組は隣り合う順列は4320通りある。

(3) A, A, I, I, Oの順列は $\frac{5!}{2!2!} = 30$ 通りある。

5つの母音の端または間(6カ所ある)にK, Y, Dを1つずつ入れる順列が $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ 通りあるから、どの子音も隣り合わない順列は $30 \cdot 120 = 3600$ 通りある。

↓ A ↓ A ↓ I ↓ I ↓ O ↓

《決定木(B10)☆》